

Formulaire de primitives

a) Les formules (Il faut les connaître)

Dans chaque ligne du tableau, F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I. Ces primitives sont uniques à une constante près qui est notée C.

$f(x)$	I	$F(x)$
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\mathbb{R}$ si $\alpha \geq 0$ $]0; +\infty[$ si $\alpha < 0$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$] -\infty; 0[\cup]0; +\infty[$	$\ln(x) + C$
e^x	$\mathbb{R}$	$e^x + C$
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$\sin(x) + C$
$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}}]-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi[$	$\tan(x) + C$
$\frac{1}{\sin^2(x)}$	$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}}]k\pi; (k+1)\pi[$	$-\frac{1}{\tan(x)} + C$
$a^x (a \in]0; +\infty[\setminus \{1\})$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\ln(a)} a^x + C$
$\operatorname{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$\operatorname{sh}(x) + C$
$\operatorname{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\operatorname{ch}(x) + C$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] -1; 1[$	$\arcsin(x) + C$ ou $-\arccos(x) + C$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$	$\arctan(x) + C$

b) Les fonctions composées (il faut y penser)

Soit u une fonction de classe $\mathcal{C}^1(I)$ où I est un intervalle de $\mathbb{R}$. Pour déterminer certaines primitives, on peut penser aux fonctions composées :

- Une primitive de $u'u^\alpha, (\alpha \neq -1)$:

$$\int u'(x) u^\alpha(x) dx = \frac{u^{\alpha+1}(x)}{\alpha+1}$$

- Une primitive de $u'u$ avec u non nul sur I :

$$\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln(|u(x)|)$$

- Une primitive de $u'e^u$:

$$\int u'(x) e^{u(x)} dx = e^{u(x)}$$

- Une primitive de $u' \cos(u)$ ou $u' \sin(u)$

$$\int u'(x) \cos(u(x)) dx = \sin(u(x)) \quad \text{et} \quad \int u'(x) \sin(u(x)) dx = -\cos(u(x))$$

- Une primitive avec les réciproques des fonctions trigonométriques

$$\int \frac{u'(x)}{1+u^2(x)} dx = \arctan(u(x)) \quad \text{et} \quad \int \frac{u'(x)}{\sqrt{1-u^2(x)}} dx = \arcsin(u(x)) = -\arccos(u(x))$$

Remarque : Si vous ne reconnaissez pas une primitive usuelle, ou une composée de primitives usuelles, il faut alors penser à utiliser une intégration par partie (IPP) ou un changement de variable (CDV).