

Activité 9.C.3 : Récurrence double et forte Suite de Fibonacci

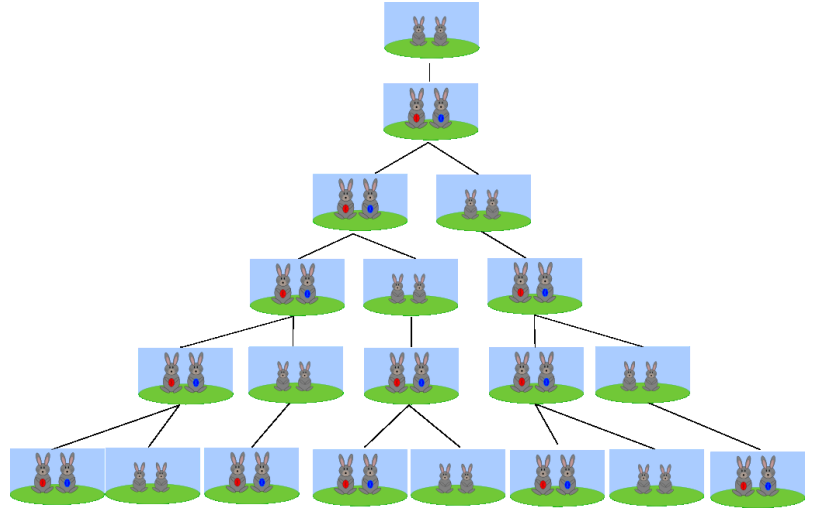
- Dans une ferme, il y a :
- _ un couple de lapereaux au départ (le mois 0).
 - _ Les lapereaux ne procréent qu'à partir du troisième mois.
 - _ Chaque début de mois, tout couple susceptible de procréer engendre un couple de lapereaux.

On pose F_n le nombre de lapins au mois n . Ainsi on a :

$$F_0 =$$

$$F_1 =$$

$$F_2 =$$



Partie A : Double récurrence et algorithme

a) Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7
F_n	1	1	2					

b) Déterminer la relation de récurrence qui lie les termes de la suite (F_n) .

c) Compléter l'algorithme suivant en langage Python pour qu'il nous affiche les premiers termes de la suite (F_n) .

```
Entrée : def fibonacci(n)
    F=[.....,.....]
    for i in range(.....)
        F.append(.....)
    return F
```

Partie B : Fibonacci et nombre d'or

On pose la suite définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{5 + \sqrt{5}}{10} \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + \frac{5 - \sqrt{5}}{10} \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

a) Calculer u_0 et u_1 . Que constatez-vous ?

b) Calculer $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2$ et $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^2$. En déduire la valeur de u_2 . Que constatez-vous ?

c) Montrer que $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$

d) Que pouvez-vous dire pour la suite (u_n) ?