

Activité 10.B.2 : Matrice et résolution de système

Partie A : Résolution d'un système à l'aide d'une matrice

On considère le système suivant :

$$(S_1): \begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$$

1) Déterminer une matrice 2×2 telle que :

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2) Déterminer une matrice B de dimensions 2×2 telle que :

$$B \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3) Résoudre le système $(S_1): \begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$

Partie B : Un système plus « grand »

On pose une fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ dont la courbe passe par les points $A(1; 0)$, $B(2; 3)$. De plus on sait que la tangente à la courbe de f au point B a pour équation : $T_2: y = 5x - 7$.

On a donc le graphique suivant. Le but de cet exercice est de retrouver a , b et c .

1) Montrer que a , b et c vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

2) Déterminer une matrice B 3×3 telle que :

$$B \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

3) A l'aide de la calculatrice, démontrer qu'il existe une matrice C telle que :

$$BC = CB = I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4) En déduire les valeurs de a , b et c .

