

### Activité 17.C.1

**Définition :** Un polynôme  $P$  est dit scindé s'il peut être factorisé en un produit de polynômes de degré 1.

**Définition :** On dit qu'un polynôme  $P$  non nul est irréductible s'il ne peut pas se factoriser en produit de polynômes de degré supérieur ou égal à 1.

**Question 1 :** Donner un polynôme scindé de  $\mathbb{R}[X]$ .

**Question 2 :** Déterminer un polynôme irréductible de  $\mathbb{R}[X]$ .

**Question 3 :** Déterminer un polynôme de  $\mathbb{R}[X]$  qui n'est ni irréductible ni scindé sur  $\mathbb{R}$ .

**Question 4 :** Montrer qu'un polynôme de  $\mathbb{R}[X]$  de degré 3 n'est jamais irréductible.

**Question 5 :** On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, P_n(X) = X^n - 1$$

a) Montrer que  $P_n$  n'est pas irréductible sur  $\mathbb{R}[X]$ .

b) Montrer que  $P_n$  est scindé sur  $\mathbb{C}[X]$ .

### Activité 17.C.1

**Définition :** Un polynôme  $P$  est dit scindé s'il peut être factorisé en un produit de polynômes de degré 1.

**Définition :** On dit qu'un polynôme  $P$  non nul est irréductible s'il ne peut pas se factoriser en produit de polynômes de degré supérieur ou égal à 1.

**Question 1 :** Donner un polynôme scindé de  $\mathbb{R}[X]$ .

**Question 2 :** Déterminer un polynôme irréductible de  $\mathbb{R}[X]$ .

**Question 3 :** Déterminer un polynôme de  $\mathbb{R}[X]$  qui n'est ni irréductible ni scindé sur  $\mathbb{R}$ .

**Question 4 :** Montrer qu'un polynôme de  $\mathbb{R}[X]$  de degré 3 n'est jamais irréductible.

**Question 5 :** On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, P_n(X) = X^n - 1$$

a) Montrer que  $P_n$  n'est pas irréductible sur  $\mathbb{R}[X]$ .

b) Montrer que  $P_n$  est scindé sur  $\mathbb{C}[X]$ .

### Activité 17.C.1

**Définition :** Un polynôme  $P$  est dit scindé s'il peut être factorisé en un produit de polynômes de degré 1.

**Définition :** On dit qu'un polynôme  $P$  non nul est irréductible s'il ne peut pas se factoriser en produit de polynômes de degré supérieur ou égal à 1.

**Question 1 :** Donner un polynôme scindé de  $\mathbb{R}[X]$ .

**Question 2 :** Déterminer un polynôme irréductible de  $\mathbb{R}[X]$ .

**Question 3 :** Déterminer un polynôme de  $\mathbb{R}[X]$  qui n'est ni irréductible ni scindé sur  $\mathbb{R}$ .

**Question 4 :** Montrer qu'un polynôme de  $\mathbb{R}[X]$  de degré 3 n'est jamais irréductible.

**Question 5 :** On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, P_n(X) = X^n - 1$$

a) Montrer que  $P_n$  n'est pas irréductible sur  $\mathbb{R}[X]$ .

b) Montrer que  $P_n$  est scindé sur  $\mathbb{C}[X]$ .