

Activité 21.1 : Construction d'une base

1) Soit $\mathcal{F}$ la famille de $\mathbb{R}_2[X]$ définie par :

$$\mathcal{F} = (X^2, X^2 - 1, 1, X^2 + X + 1, X + 4, X^2 + X + 5)$$

- a) Montrer que $\mathcal{F}$ est génératrice de $\mathbb{R}_2[X]$.
- b) Montrer que $\mathcal{F}$ n'est pas une base de $\mathbb{R}_2[X]$.
- c) Déterminer une sous-famille $\mathcal{B}$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{B}$ soit une base de $\mathbb{R}_2[X]$.

2) Soit $\mathcal{F}$ la famille de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ définie par :

$$\mathcal{F} = \left(I_2, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

- a) Montrer que $\mathcal{F}$ est libre.
- b) Déterminer une sur-famille $\mathcal{B}$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{B}$ soit une base de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

Activité 21.1 : Construction d'une base

1) Soit $\mathcal{F}$ la famille de $\mathbb{R}_2[X]$ définie par :

$$\mathcal{F} = (X^2, X^2 - 1, 1, X^2 + X + 1, X + 4, X^2 + X + 5)$$

- a) Montrer que $\mathcal{F}$ est génératrice de $\mathbb{R}_2[X]$.
- b) Montrer que $\mathcal{F}$ n'est pas une base de $\mathbb{R}_2[X]$.
- c) Déterminer une sous-famille $\mathcal{B}$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{B}$ soit une base de $\mathbb{R}_2[X]$.

2) Soit $\mathcal{F}$ la famille de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ définie par :

$$\mathcal{F} = \left(I_2, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

- a) Montrer que $\mathcal{F}$ est libre.
- b) Déterminer une sur-famille $\mathcal{B}$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{B}$ soit une base de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

Activité 21.1 : Construction d'une base

1) Soit $\mathcal{F}$ la famille de $\mathbb{R}_2[X]$ définie par :

$$\mathcal{F} = (X^2, X^2 - 1, 1, X^2 + X + 1, X + 4, X^2 + X + 5)$$

- a) Montrer que $\mathcal{F}$ est génératrice de $\mathbb{R}_2[X]$.
- b) Montrer que $\mathcal{F}$ n'est pas une base de $\mathbb{R}_2[X]$.
- c) Déterminer une sous-famille $\mathcal{B}$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{B}$ soit une base de $\mathbb{R}_2[X]$.

2) Soit $\mathcal{F}$ la famille de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ définie par :

$$\mathcal{F} = \left(I_2, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

- a) Montrer que $\mathcal{F}$ est libre.
- b) Déterminer une sur-famille $\mathcal{B}$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{B}$ soit une base de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

Activité 21.1 : Construction d'une base

1) Soit $\mathcal{F}$ la famille de $\mathbb{R}_2[X]$ définie par :

$$\mathcal{F} = (X^2, X^2 - 1, 1, X^2 + X + 1, X + 4, X^2 + X + 5)$$

- a) Montrer que $\mathcal{F}$ est génératrice de $\mathbb{R}_2[X]$.
- b) Montrer que $\mathcal{F}$ n'est pas une base de $\mathbb{R}_2[X]$.
- c) Déterminer une sous-famille $\mathcal{B}$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{B}$ soit une base de $\mathbb{R}_2[X]$.

2) Soit $\mathcal{F}$ la famille de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ définie par :

$$\mathcal{F} = \left(I_2, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

- a) Montrer que $\mathcal{F}$ est libre.
- b) Déterminer une sur-famille $\mathcal{B}$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{B}$ soit une base de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.