

Activité 22.1 : Séries numériques

Question 1 : On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}, S_n = \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

Déterminer la valeur de S_n en fonction de n puis en déduire sa limite.

Question 2 : On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

On veut montrer que S_n diverge vers $+\infty$.

1) Montrer que :

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{k} \geq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx$$

2) En déduire que :

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \geq \ln(n)$$

3) Conclure.

Activité 22.1 : Séries numériques

Question 1 : On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}, S_n = \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

Déterminer la valeur de S_n en fonction de n puis en déduire sa limite.

Question 2 : On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

On veut montrer que S_n diverge vers $+\infty$.

1) Montrer que :

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{k} \geq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx$$

2) En déduire que :

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \geq \ln(n)$$

3) Conclure.