

TD 2 : Généralité sur les fonctions

Partie A : Ensemble de définition

Exercice A.1 : Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{1 + x^2}}$$

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{2-x}}$$

$$h(x) = \ln\left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)$$

Exercice A.2 : Déterminer si les fonctions suivantes sont bornées ou non sur leur ensemble de définition (qu'il faut déterminer aussi !) :

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2+1} ; \quad g(x) = \frac{x-3}{x^2-1} ; \quad h(x) = \sin\left(\ln\left(\frac{e^{2x}+1}{e^{3x}+1}\right)\right) ; \quad i(x) = \ln\left(\sin\left(\frac{e^{x^2}+1}{e^{x^2+1}+1}\right)\right)$$

Partie B : Symétrie

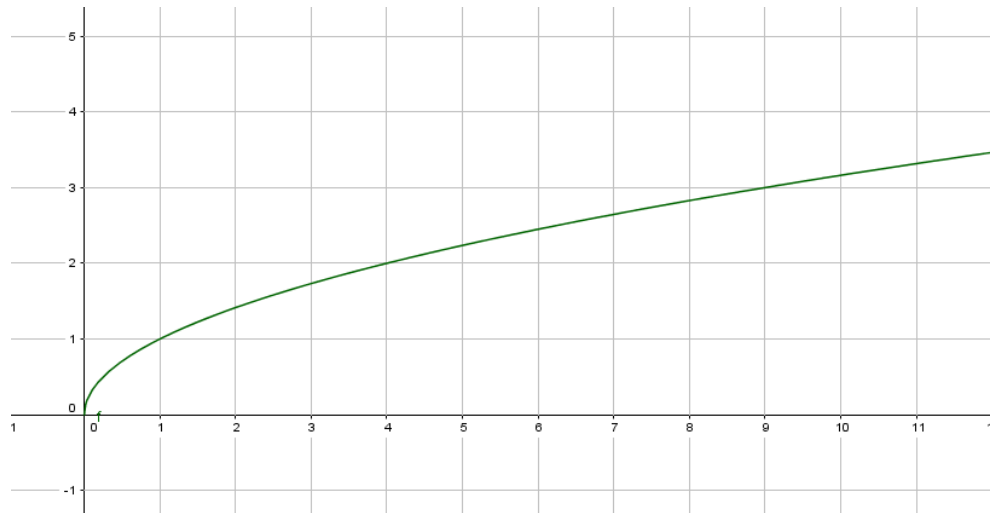
Exercice B.1 : On a tracé ci-dessous le graphe de la fonction :

$$f: \begin{cases} \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \sqrt{x} \end{cases}$$

A l'aide de ce graphe tracer les courbes représentatives des fonctions suivantes :

On a représenté sa courbe sur la figure ci-contre.

- $f_1: x \mapsto \sqrt{x+3}$
- $f_2: x \mapsto \sqrt{x} + 3$
- $f_3: x \mapsto \sqrt{4x}$
- $f_4: x \mapsto 4\sqrt{x}$
- $f_5: x \mapsto \sqrt{x-4} + 2$



Exercice B.2 : Etudier la parité, la périodicité des fonctions suivantes afin de réduire le domaine d'étude à son minimum.

$$f(x) = \sqrt{1+x^2}$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(2x)^2 + 1}$$

$$h(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} + x)$$

Partie C : Limite d'une fonction

Exercice C.1 : Déterminer les limites suivantes (en déduire alors une éventuelle asymptote pour la courbe représentative) :

$$f_1: x \mapsto \frac{1-5x}{5+x} \text{ en } -5, \pm\infty ; \quad f_2: x \mapsto \frac{3x^2-x-2}{x^4-1} \text{ en } 1, \pm\infty ; \quad f_3: x \mapsto \sqrt{\frac{x^3}{1+x}} \text{ en } \pm\infty$$

$$f_4: x \mapsto \sqrt{x^2-4x+1} - x + 2 \text{ en } +\infty ; \quad f_5: x \mapsto \sqrt{x^2-4x+1} + x - 3 \text{ en } -\infty$$

Exercice C.2 : Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$$

Exercice C.3 : Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x)}{\ln(x)}$$