

Activité 3.2 : La dérivée au service de la limite

On cherche dans cet exercice à déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$$

Partie A : Analyse et conjecture

- 1) Pourquoi ne peut-on pas calculer la limite facilement ?
- 2) a) Tracer sur la calculatrice la fonction définie sur $\mathbb{R}^+ \setminus \{9\}$:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$$

- b) Que peut-on conjecturer, grâce à un tableau de valeur, pour :

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$$

Partie B : Démonstration algébrique

- 1) Démontrer, que pour tout réel x dans $\mathbb{R}^+ \setminus \{9\}$:

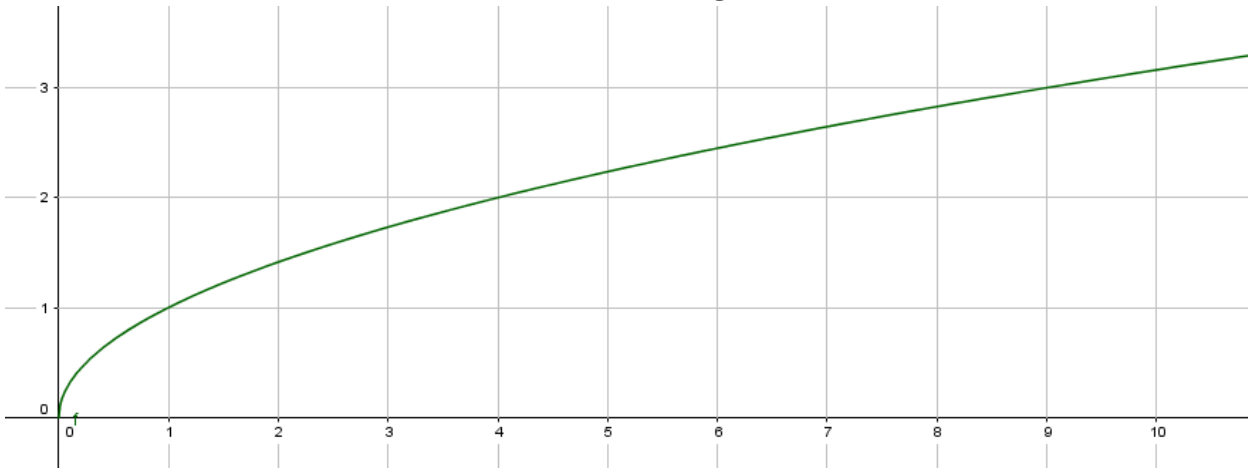
$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} = \frac{1}{\sqrt{x} + 3}$$

- 2) En déduire la valeur de :

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$$

Partie C : Démonstration avec la dérivation

On a tracé ci-dessous la courbe de la fonction : $g: x \mapsto \sqrt{x}$



- 1) Placer le point de coordonnées $A(9; 3)$ et $B(x; \sqrt{x})$, avec $x \neq 9$.
- 2) Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).
- 3) Que devient la droite (AB) si B s'approche de A ? Que devient alors son coefficient directeur ?
- 4) Déterminer la dérivée de $x \mapsto \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$.
- 5) En déduire :

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$$