Activité 8.4 : Primitive d'une fonction rationnelle

Partie A : Deux racines simples

On cherche à déterminer une primitive de :

$$f : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) Résoudre l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$ pus en déduire une factorisation de $x^2 - 5x + 6$

3) Déterminer deux nombres réels a et b tels que :

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x - 3}$$

4) En déduire une primitive de f sur chaque intervalle de son ensemble de définition.

Partie B : Sans racine

On cherche à déterminer une primitive de :

$$g : x \mapsto \frac{1}{x^2 + x + 1}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de g.

2) Déterminer la forme canonique de $x^2 + x + 1$

3) En déduire une primitive de g sur son ensemble de définition.

Partie C : Avec une racine double

Déterminer une primitive de :

$$g : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$$

Activité 8.4 : Primitive d'une fonction rationnelle

Partie A : Deux racines simples

On cherche à déterminer une primitive de :

$$f : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) Résoudre l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$ pus en déduire une factorisation de $x^2 - 5x + 6$

3) Déterminer deux nombres réels a et b tels que :

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x - 3}$$

4) En déduire une primitive de f sur chaque intervalle de son ensemble de définition.

Partie B : Sans racine

On cherche à déterminer une primitive de :

$$g : x \mapsto \frac{1}{x^2 + x + 1}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de g.

2) Déterminer la forme canonique de $x^2 + x + 1$

3) En déduire une primitive de g sur son ensemble de définition.

Partie C : Avec une racine double

Déterminer une primitive de :

$$g : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$$