TD 0 : Analyse dimensionnelle et incertitudes

Dans tous les exercices qui suivent, la significations des lettres utilisées n'est pas précisée. Elles correspondent aux grandeurs classiquement associées à ces lettres, et étudiées au lycée.

Exercice 1 : Dimensions

Donner la dimension de chacune des quantités suivantes :

1. F
2. $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
3. $\int v\mathrm{d}t$
4. $\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$
5. $\sqrt{2gz}$
6. $P+\rho gh$

Exercice 2 : Homogénéité

Vérifier l'homogénéité des expressions suivantes :

1. $R_{eq}=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$
2. $\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=E$
3. $U_C(t)=1-E.e^{-t}$
4. $i(t)=E\cdot e^{-t/\tau}$
5. $i(t)=\dfrac{E}{R}\cdot e^{-t/\tau}$
6. $U=\dfrac{E_1/R_1+E_2/R_2}{1/R_1+1/R_2}$
7. $v=\sqrt{2gz}$
8. $\dfrac{1}{2}\rho v^2+P+\rho gh$

Exercice 3 : Dissolution d'un cachet d'aspirine

On peut considérer que le temps de dissolution d'un cachet d'aspirine (forme de cylindre) est proportionnel à sa masse m, mais inversement proportionnel à sa surface S.

1. Écrivez une expression du temps T de dissolution faisant intervenir h (hauteur du cachet),R (rayon du cachet) et m (masse du cachet) et une constante k, dont on donnera les dimensions.
2. Un cachet d'aspirine possédant une hauteur $h=4{,}00\,\mathrm{mm}$, un rayon $R=0{,}900\,\mathrm{cm}$ et une masse $m=3{,}50\,\mathrm{g}$ se dissout en $2\,\mathrm{min}$.
   Estimez la valeur de la constante k

Exercice 4 : Estimation de l'énergie libérée par une bombe atomique

En 1945, la première bombe atomique explose dans un désert du Nouveau Mexique (États-Unis).
En 1950, les militaires américains publient dans le magazine Life une série de photographies du champignon atomique avec des indications de taille et de temps (cf ci-dessous).

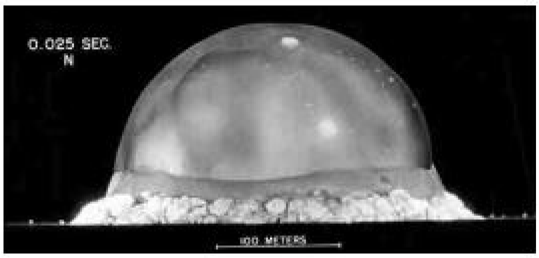

FIGURE 1 – Essai nucléaire Trinity

Ces photos ont permis au physicien britannique G.I. Taylor d'estimer l'énergie libérée par l'explosion, donnée pourtant ultra-secrète et classifiée ! Pour cela, il a supposé que le rayon R du champignon atomique ne dépend que du temps t, de l'énergie E libérée par l'explosion et de la masse volumique de l'air ρ.

1. Établir par analyse dimensionnelle la loi de variation de l'énergie E en fonction de R, t et ρ à un facteur numérique près.
2. G.I. Taylor a estimé le rayon du champignon atomique à$R = 130\,\mathrm{m}$ à $t = 25\,\mathrm{ms}$.
   En déduire une estimation de la valeur de l'énergie de l'explosion E.
   Comparer à la valeur réelle révélée plus tard, $E = 19\,\mathrm{kt}$ de TNT.
   On donne : masse volumique de l'air $\rho = 1{,}3\,\mathrm{kg/m^3}$ *;* $1\,\mathrm{g}$ *de TNT*$=4180\,\mathrm{J}$.

Exercice 5 : Série de mesure ● ● ●

Une classe mesure la vitesse du son en TP. Ils mettent en commun leurs résultats, qui sont présentés dans le tableau ci dessous en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

343.54	342.57	346.21	341.51	345.54	340.52	341.28
338.95	342.50	339.25	337.19	342.88	333.98	341.15
337.68	340.69	342.58	338.85	334.25	338.85	339.72

1. En guise de conclusion du TP, le professeur décide de retenir un unique résultat. Comment le présenter ?
2. Le binôme n°4 veut tout de même utiliser sa propre mesure. Il a trouvé $341{,}51\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Comment doit-il présenter son résultat ?

Exercice 6 : Présentation d'un résultat ● ● ●

Compléter le tableau suivant en écrivant les résultats sous la forme $x = ...\quad u(x) = ...$ en respectant les règles d'écriture.

Mesure	Incertitude	Résultat
$7854{,}2\,\mathrm{m}$	$1{,}187\,\mathrm{m}$	
$3148{,}754\,\Omega$	$0{,}0456\,\Omega$	
$9{,}432\,567\,\mathrm{mm}$	$4\,\mathrm{\mu m}$	
$45\,\mathrm{A}$	$0{,}32\,\mathrm{kA}$	
$0{,}000\,284\,\mathrm{s}$	$0{,}000\,436\,\mathrm{s}$	

Exercice 7 : Compatibilité avec valeur de référence ● ● ●

Un élève mesure plusieurs fois le rapport entre la circonférence mesurée d'un cercle et son diamètre. Dans son rapport, il indique une valeur mesurée de $3{,}3\,\mathrm{rad}$ et une incertitude-type de $0{,}1\,\mathrm{rad}$. Est-ce que ce résultat est compatible avec la valeur connue de ce rapport ?

Exercice 8 : Mesure d'une période d'oscillation ● ● ●

On souhaite mesurer la période T d'un pendule. Pour cela, on dispose d'un chronomètre résolvant le millième de seconde, qu'on déclenche et qu'on arrête à la main. On fait l'hypothèse raisonnable que ce processus induit une variabilité typique de $50\,\mathrm{ms}$. On envisage deux protocoles de mesure :

— Méthode A : On mesure 16 fois à l'aide du chronomètre le temps d'un aller-retour. À l'aide de ce 16 valeurs, on déduit une première évaluation de la période T_A.

1. Comment obtient-t-on T_A ? Quelle est son incertitude-type associée $u(T_A)$?

— Méthode B : On mesure une unique fois la durée D de 16 allers-retours successifs.

2. Comment obtient-t-on T_B ? Quelle est son incertitude-type associée $u(T_B)$?
3. Quel protocole est-il préférable de choisir ?