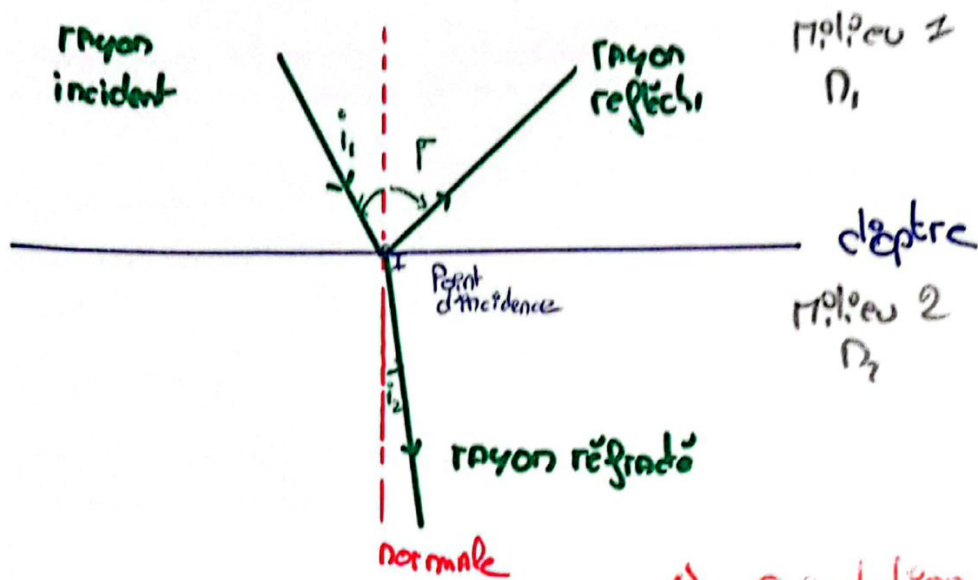


TD n°1: Sources lumineuses, modèle de l'optique géométrique.

Questions de cours :

- 1) $c \approx 300 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- 2) Milieu dans lequel on néglige l'absorption de la lumière
n défini tel que $v = \frac{c}{n}$ dans un milieu
 $v \leq c$ (rien ne peut aller plus vite que la lumière) donc $n = \frac{c}{v} \geq 1$
- 3) $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c/n}{f} = \frac{c}{n \cdot f}$
 $\lambda_0 = \frac{c}{f}$ } $\lambda \cdot n = \lambda_0$ d'où $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$
- La fréquence et la couleur d'une radiation ne sont pas modifiées dans un milieu
- 4) spectre visible : $\lambda \in [380; 780] \text{ nm}$
 $f = \frac{c}{\lambda} \quad f \in [3,8 \cdot 10^{14}; 7,9 \cdot 10^{14}] \text{ Hz}$
- 5) • Thermiques (lumière soleil, lampes à incandescence, ...) : spectre continu
• Spectrales (lampe sodium, mercure, ...) : spectre de raies
• Laser (Helium-Néon, ...) : spectre de raies (z seul pic fin)
- 6) Interférences et diffraction
- 7) On néglige les aspects ondulatoire $\rightarrow$ la lumière se propage en ligne droite (décrite par un rayon lumineux).
On considère pour cela que les dimensions caractéristiques des objets rencontrés sont grandes devant la longueur d'onde λ :
 $d \gg \lambda$
 $d > 1000 \lambda$
- 8) En ligne droite

g)



$$i_1 = -r$$

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

10). Réflexion totale: il n'y a plus de rayon réfracté (le rayon incident est totalement réfléchi sur le dioptre)

• Possible quand on passe d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent

$$\sin(i_2) = \frac{n_1 \sin(i_1)}{n_2}$$

Il n'y a pas de rayon réfracté si $\frac{n_1 \sin(i_1)}{n_2} > 1$

$$\sin(i_1) > \frac{n_2}{n_1}$$

$$i_1 > \text{Arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$i_{\text{lim}} = \text{Arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Possible uniquement si $n_1 > n_2$

Application directe du cours :

1) Il n'y a pas de réflexion
 $\sin(i_1) = 0 \rightarrow \sin(i_2) = 0$
 $i_1 = 0 \quad i_2 = 0$

2) $n_a \sin(i) = n \sin(r)$
 $n = \frac{n_a \sin(i)}{\sin(r)} = \frac{1 \sin(30)}{\sin(20)} = 1,5$

3) $n_a \sin(i_1) = n_e \sin(i_2)$
 $i_2 = \arcsin\left(\frac{n_a \sin(i_1)}{n_e}\right) = \arcsin\left(\frac{1 \sin(30)}{1,33}\right) = 22^\circ$
 $i_1 = \arcsin\left(\frac{n_e \sin(i_2)}{n_a}\right) = \arcsin\left(\frac{1,33 \sin(30)}{1,0}\right) = 42^\circ$

4) Si on passe dans un milieu plus réfringent ($n_2 > n_1$), le rayon se rapproche de la normale

• _____ moins _____ ($n_2 < n_1$) _____ s'écarte _____

5) Dans le milieu

• $f = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
(inchangée)

• rouge

• $\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{633}{1,33} = 476 \text{ nm}$

Dans le vide :

• $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$

• rouge

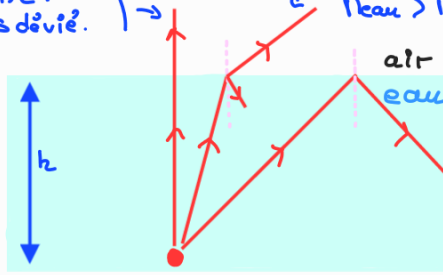
• $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{633 \cdot 10^{-9}} = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

TD n° 1

Exercice 1 : Lampe au fond de la piscine.

1)

incidence normale :
rayon réfracté pas dévié.

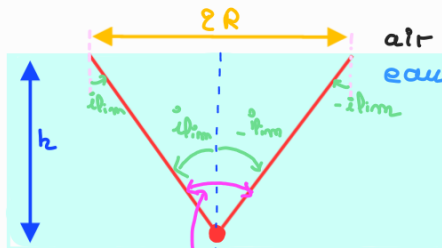


réfraction : $n_{\text{eau}} \sin(i) = n_{\text{air}} \sin(r)$

$n_{\text{eau}} > n_{\text{air}}$ donc $r > i$: le rayon réfracté s'écarte de la normale

$i > i_{\text{lim}} = \text{Arcsin}\left(\frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}}\right)$: réflexion totale.

2)



$$\tan(i_{\text{lim}}) = \frac{R}{h}$$

zone $i \leq i_{\text{lim}}$: il existe un rayon réfracté.
Hors de cette zone, pas de rayon réfracté
(réflexion totale).

AN : $i_{\text{lim}} = \text{Arcsin}\left(\frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}}\right)$ $i_{\text{lim}} = 48,8^\circ$

Seuls les rayons qui arrivent sur la surface avec $i \leq i_{\text{lim}}$ peuvent passer.

Cela représente, au niveau de la surface, un cercle de rayon $R = h \times \tan(i_{\text{lim}})$.

$$R = h \times \tan\left(\text{Arcsin}\left(\frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}}\right)\right) = h \times \frac{n_{\text{air}}/n_{\text{eau}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}}\right)^2}} \quad \underline{R = 2,3 \text{ m}}$$

pas obligatoirement carpes de forme spécifique demandée

Exercice 2 ° L'éclat de diamant.

- 1) Le rayon passe d'un milieu moins réfringent (l'air) à un milieu plus réfringent (le diamant): il y a donc forcément existence d'un rayon réfracté (pas de réflexion totale possible).
- 2) Une fois le rayon à l'intérieur du diamant, il y a réflexion totale à l'interface diamant → air si $i > i_c$.

$$SD : n_{\text{diamant}} \sin(i) = \sin(r)$$

Il n'existe pas de rayon réfracté (et il y a réflexion totale) si $i > i_c = \text{Arctan}\left(\frac{1}{n_{\text{diamant}}}\right)$

$$AN : \underline{i_c = 25^\circ}$$

L'angle i_c est relativement faible (en raison de l'indice élevé du diamant). La majorité des rayons à l'intérieur du diamant subit une réflexion totale, et restent "piégés" à l'intérieur. C'est ce qui est responsable de l'éclat brillant du diamant.

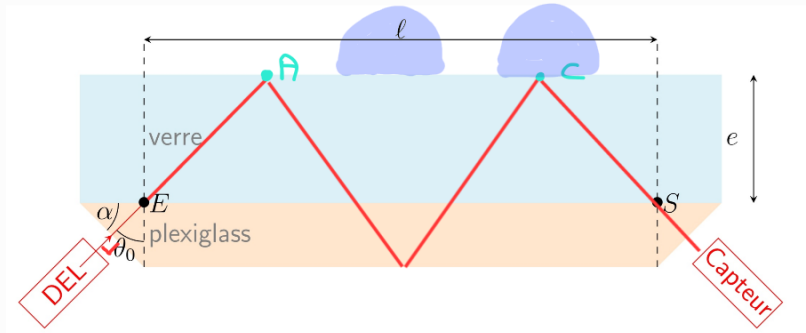
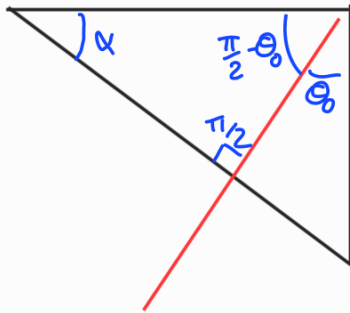
3) $i_{c'} = \text{Arctan}\left(\frac{1}{n_{\text{verre}}}\right)$ AN : $\underline{i_{c'} = 36^\circ}$

$i_{c'} < i_c$: moins de réflexions totales internes, donc moins de rayons "piégés" et donc moins d'éclat dans le verre que dans le diamant.

- 4) En plongeant le diamant dans l'eau, l'angle limite i_c devient $\text{Arctan}\left(\frac{n_{\text{eau}}}{n_{\text{diamant}}}\right)$ $\underline{i_c'' = 33^\circ < i_c}$
Pour les mêmes raisons que dans la question précédente, le diamant perd son éclat.

Exercice 3: Détecteur de pluie

- 1) On utilise un rayonnement infrarouge pour ne PAS gêner le conducteur.
- 2) Incidence normale



On a donc $\alpha + (\pi/2 - \theta_0) + \pi/2 = \pi$ soit $\alpha = \theta_0$

- 3) SD en E: $n_p \sin \theta_0 = n_v \sin \theta_1$ soit $\theta_1 = \text{Arsin}\left(\frac{n_p}{n_v} \sin \theta_0\right)$ AN: $\theta_1 = 43.2^\circ$

Il y a peu de différence entre θ_0 et θ_1 . On peut négliger le phénomène de réfraction à cette interface et donc considérer que le rayon lumineux se propage en ligne droite (à l'interface plexiglass/verre).

- 4) En l'absence de pluie, en A ou en C, on passe d'un milieu d'indice $n_v = 1.55$ à un milieu d'indice $n_a = 1.00 < n_v$.

Il peut donc y avoir réflexion totale.

Condition de réflexion totale: $\theta > \theta_{\text{lim}} = \text{Arsin}\left(\frac{n_a}{n_v}\right)$ AN: $\theta_{\text{lim}} = 40.1^\circ$

On $\theta = 45^\circ$. On a donc $\theta > \theta_{\text{lim}}$: en l'absence de pluie, il y a réflexion totale en A et C.

- 5) En A, rien ne change: réflexion totale.

En C: soufite. L'interface n'est plus verre-air mais verre-eau.

Le nouvel angle limite pour la condition de réflexion totale est $\theta'_{\text{lim}} = \text{Arsin}\left(\frac{n_e}{n_v}\right)$ $\theta'_{\text{lim}} = 59.1^\circ$

$\theta < \theta'_{\text{lim}}$: il n'y a plus réflexion totale, un rayon est transmis vers l'extérieur quand le pare-brise est mouillé. (Mais il existe aussi un rayon réfléchi!)

- 6) Plus il y a de gouttes, plus il y a de rayons réfractés et donc d'énergie "perdue". (= plus détectée par le capteur).
 $\leftarrow$ intensité lumineuse en sortie de DEL

- 7) • 1 dioptrie: $I_1 = r \cdot I_0$
 • 2 dioptries: $I_2 = r I_1 = r^2 I_0$
 • n dioptries: $I_n = r^n I_0$

Ainsi: $r^n = I_n / I_0$

$n \ln(r) = \ln(I_n / I_0)$

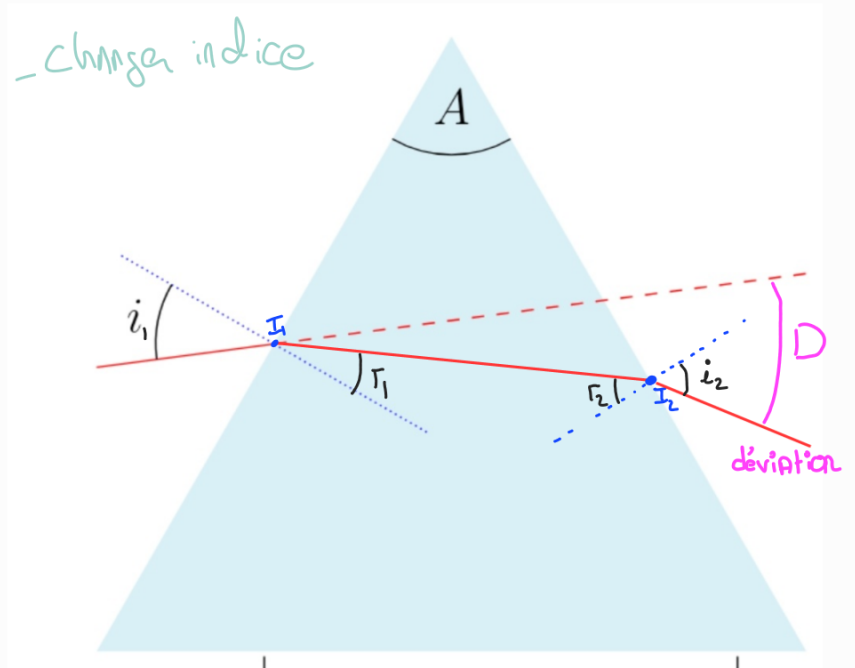
$$n = \frac{\ln(I_n / I_0)}{\ln(r)}$$

AN: $n = 3$

Exercice : Prisme

- 1) SD en I_1 : $\sin(i_1) = n \sin(r_1)$
 • SD en I_2 : $n \sin(r_2) = \sin(i_2)$

- 2) Le rayon émerge du prisme s'il n'y a pas de réflexion totale en I_2 , ie si $T_2 \leq \text{Arsin}(1/n)$



- 3) On a une condition sur $T_2 < T_{2\text{lim}}$.
 Il faut, avec de la trigonométrie et les relations de Snell-Descartes, remonter à une condition sur i_1 .
 Objectif : relier T_2 et i_1 .

$$\frac{\pi}{2} - r_1 + \frac{\pi}{2} - r_2 + A = \pi \quad (\text{somme des angles dans un triangle} = 180^\circ)$$

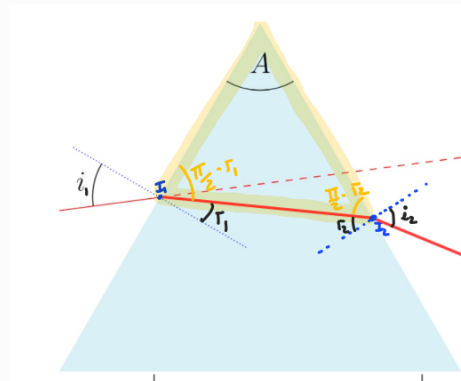
$$\begin{cases} \sin(i_1) = n \sin(r_1) \\ A = r_1 + r_2 \end{cases}$$

On a donc $T_{1\text{lim}} = A - T_{2\text{lim}}$
 $= A - \text{Arsin}(1/n)$

or $i_{1\text{lim}} = \text{Arsin}(n \sin(T_{1\text{lim}}))$.

On obtient finalement $i_{1\text{lim}} = \text{Arsin}(n, \sin(A - \text{Arsin}(1/n)))$

$i_{1\text{lim}} = 28^\circ$



- 4) Évaluons la déviation D du rayon

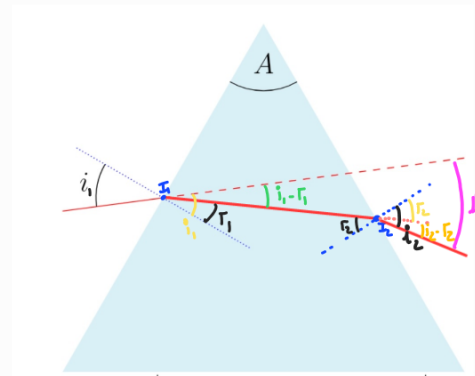
$$D = (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) = i_1 + i_2 - \underbrace{(r_1 + r_2)}_A$$

$D = i_1 + i_2 - A$

- 5) si D est minimale on a $\begin{cases} i_1 = i_2 = i \\ r_1 = r_2 = r \end{cases}$

Les relations établies précédemment deviennent alors

• $D_m = 2i - A$ • $A = 2r$ • $\sin(i) = n \sin(r)$



$$\text{On a donc } n = \frac{\sin(i)}{\sin(r)} = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

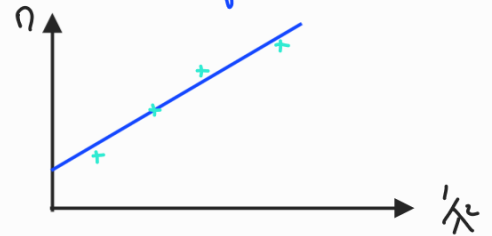
$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

6) Loi de Cauchy : $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$ $(A, B) \in \mathbb{R}^2$.

En traçant n en fonction de $\frac{1}{\lambda^2}$, et en faisant une régression linéaire (de $n = f\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$), on aura une droite de coefficient directeur A et d'ordonnée à l'origine B .

Cauchy : $n = A + B \cdot \frac{1}{\lambda^2}$

Droite : $y = mx + p$
coefficient ord. à l'origine.



On trouve (calculatrice, tableur, python,...)

$$A = 1,444 \cdot 10^{-2} \text{ } \mu\text{m}^2$$

$$B = 1,714$$

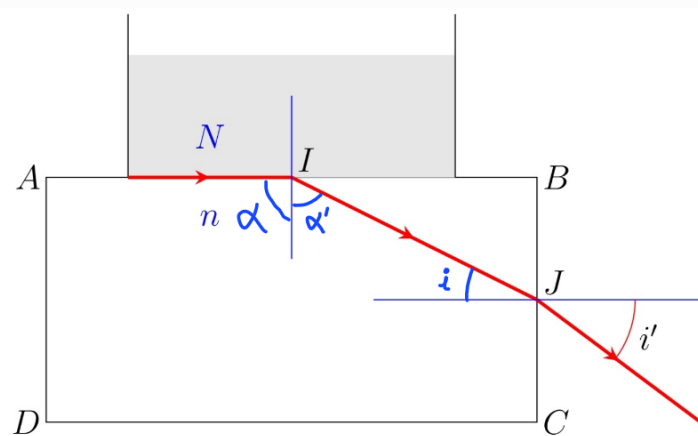
⚠ Unités!

→ Analyse dimensionnelle ☺

Exercice 5 : Réfractomètre d'Abbe

1) Condition de réflexion totale en J :

$$\sin(i) > \frac{n_0}{n}$$



Il existe donc un rayon réfracté

(d'angle i' avec la normale) si $\sin(i) \leq \frac{n_0}{n}$ (1)

On a les relations

- $i + \alpha' + \pi/2 = \pi$ $i + \alpha' = \pi/2$ (2)

- $N \sin(\alpha) = n \sin(\alpha')$ (Snell Descartes en I) avec $\alpha = \pi/2$. donc $N = n \sin(\alpha')$ (3)

La condition (1) peut alors s'écrire

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha') \leq \frac{n_0}{n} \quad \text{En utilisant (2)}$$

$$\cos(\alpha') \leq \frac{n_0}{n}$$

$$\cos^2(\alpha') + \sin^2(\alpha') = 1 \quad \text{donc} \quad \cos(\alpha') = \pm \sqrt{1 - \sin^2(\alpha')}$$



$$\cos(\alpha') = + \sqrt{1 - \sin^2(\alpha')} \quad \text{car } \alpha' \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$\sqrt{1 - \sin^2(\alpha')} \leq \frac{n_0}{n}$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{N}{n}\right)^2} \leq \frac{n_0}{n} \quad \text{En utilisant (3)} \quad n_0 \text{ étant l'indice de l'air } (n_0=1), \text{ la condition pour qu'un rayon}$$

emerge de la face BC peut s'écrire $\sqrt{n^2 - N^2} \leq 1$

ou $n^2 - N^2 \leq 1$

2) SD en J : $n \sin(i) = \frac{n_0}{n} \sin(i')$

$$n \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha') = \sin(i') \quad (2)$$

$$n \cos(\alpha') = \sin(i')$$

$$n \sqrt{1 - \sin^2(\alpha')} = \sin(i')$$

$$n \sqrt{1 - \left(\frac{N}{n}\right)^2} = \sin(i') \quad (3)$$

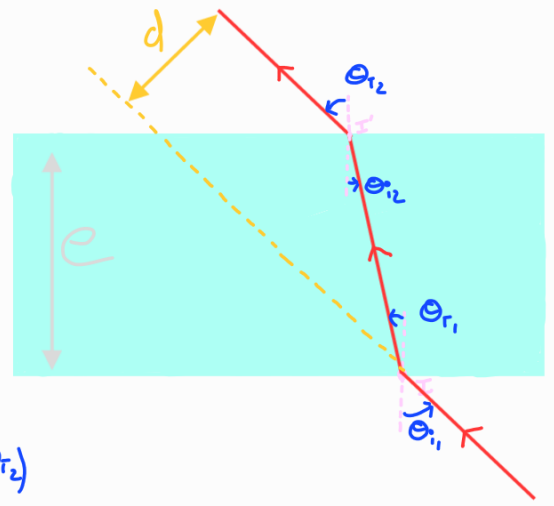
$$n^2 - N^2 = \sin^2(i')$$

$N = \sqrt{n^2 - \sin^2(i')}$

AN $N = 1,73$

Exercice 6: Lame à faces parallèles.

Schéma obligatoire! (comme toujours)



- 1) SD au premier dioptre (Air → verre): $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin(\theta_{r1})$

$$\Leftrightarrow \theta_{r1} = \text{Arsin}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right) \quad \text{AN } \theta_i = 35,2^\circ$$

Rq: $n_2 > n_1$, donc $\theta_{r1} < \theta_i$.

- 2) $\theta_{r1} = \theta_{i2}$ (Angles Alternes internes).

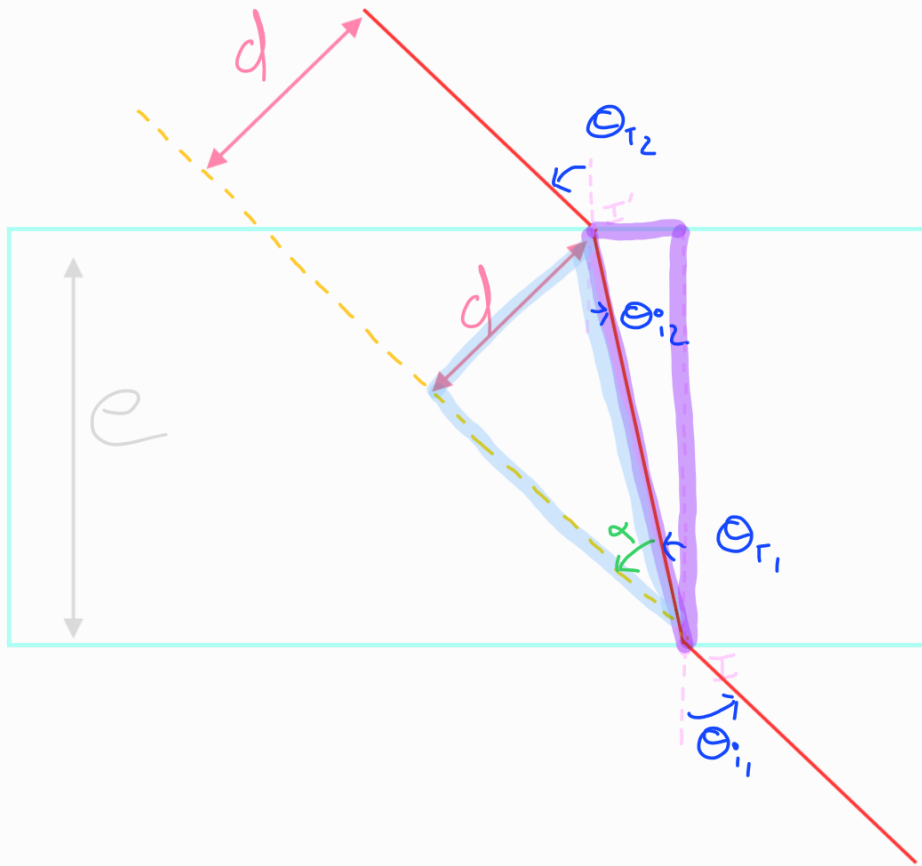
SD au deuxième dioptre (verre → Air): $n_2 \sin(\theta_{i2}) = n_1 \sin(\theta_{r2})$

$$\text{Or } n_2 \sin(\theta_{r1}) = n_1 \sin(\theta_{i2})$$

On a donc $\sin(\theta_{i2}) = \sin(\theta_{r1})$ θ_{i2} et $\theta_{r1} \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ donc $\theta_{i2} = \theta_{r1}$

- 3) Le rayon entre avec un angle θ_{i2} (par rapport à la normale) et ressort avec un angle $\theta_{r2} = \theta_{i2}$. Il n'y a aucune déviation angulaire.

4)



$$\cos(\theta_{r2}) = \frac{e}{II'} \quad \Leftrightarrow II' = \frac{e}{\cos(\theta_{r1})}$$

$$\alpha = \theta_{i2} - \theta_{r2}$$

$$\sin \alpha = \frac{d}{II'} \quad d = II' \sin(\alpha)$$

$$\text{On a donc } d = \frac{e}{\cos(\theta_{r1})} \sin(\theta_{i1} - \theta_{r1}) = \frac{e}{\cos(\theta_{r1})} (\sin(\theta_{i1}) \cos(\theta_{r1}) - \sin(\theta_{r1}) \cos(\theta_{i1}))$$

$$d = e \sin(\theta_{i1}) \left(1 - \frac{\sin(\theta_{r1})}{\sin(\theta_{i1})} \frac{\cos(\theta_{i1})}{\cos(\theta_{r1})} \right)$$

$= n_1/n_2$

On a montré plus tôt que $n_1 \sin \theta_{i1} = n_2 \sin \theta_{r1}$.

On a donc finalement $d = e \sin(\theta_{i2}) \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \frac{\cos \theta_{i1}}{\cos \theta_{r1}} \right)$

Exercice 7 : Trajet d'un rayon dans une demi-boule

- 1) En I, on passe d'un milieu d'indice $n > 1$ à un milieu d'indice $n = 1$ (l'air).
Une réflexion totale est donc possible en I.
Si $i > i_{\text{lim}} = \text{Arsin}(\frac{1}{n})$, il y a réflexion totale en I.

2) $\sin(i) = \frac{d}{R}$

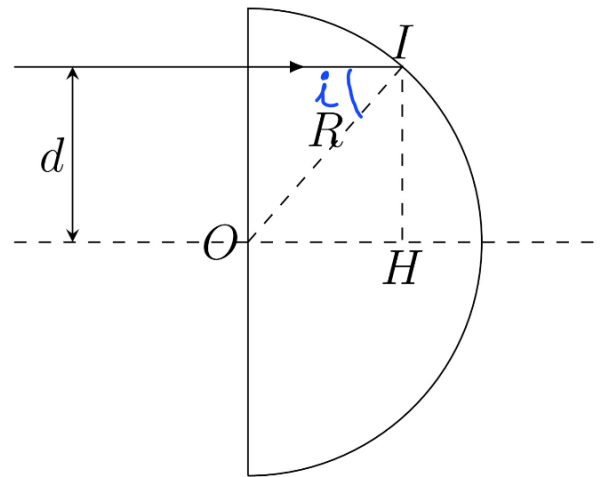
$d = R \sin(i)$

- 3) Condition de réflexion totale en I: $i > \text{Arsin}(\frac{1}{n})$

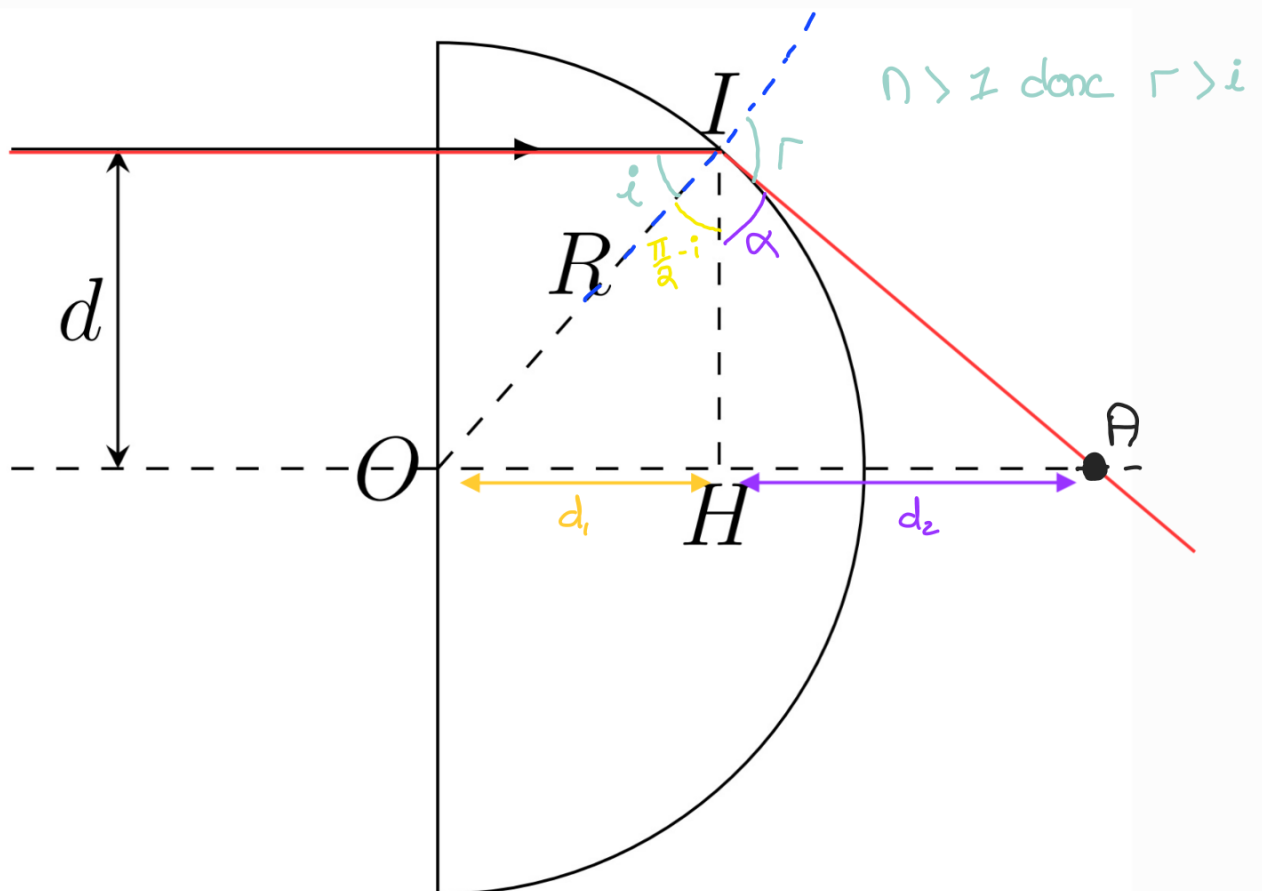
$\frac{\sin(i)}{d/R} > \sin(\text{Arsin}(\frac{1}{n}))$ ($x \mapsto \sin(x)$ fonction croissante sur $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$)

$d/R > \frac{1}{n}$

$d > d_{\text{min}} = \frac{R}{n}$ condition de réflexion totale en I.



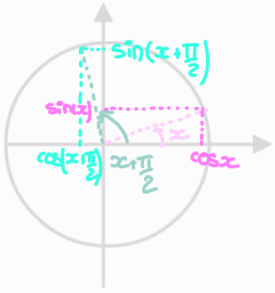
4)



$$\alpha = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - i + r \right) = \frac{\pi}{2} + i - r$$

$$\tan \alpha = \frac{d_2}{d}$$

$$d_2 = d \tan\left(\frac{\pi}{2} + i - r\right) = d \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + i - r\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + i - r\right)}$$



$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(x)$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(x)$$

On a donc $d_2 = d \frac{\cos(i-r)}{-\sin(i-r)} = -d \cdot \frac{1}{\tan(r-i)}$

$$d_2 = d \cdot \frac{1}{\tan(r-i)}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = \frac{d_1}{R} \quad d_1 = R \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = R \cos(i)$$

$$d_1 = R \cos(i)$$

On a au final $OA = d_1 + d_2 = \frac{d}{\tan(r-i)} + R \cos(i)$ et avec $d = R \sin(i)$

$$OA = R \left(\cos(i) + \frac{\sin(i)}{\tan(r-i)} \right)$$

§) Si $d \ll R$, on a $i \ll 1$ (rad) et donc $\begin{cases} \sin(i) \approx i \\ \cos(i) \approx 1 \end{cases}$ (Approximation des petits angles).

De plus, $n \sin(i) = \sin(r)$ donc si $\sin(i) = \frac{d}{R} \ll 1$, $\sin(r) \ll 1$ et donc $r \ll 1$

On a donc également $\sin(r) \approx r$ et $\cos(r) \approx 1$.

Snell-Descartes s'écrit $n \cdot i = r$.

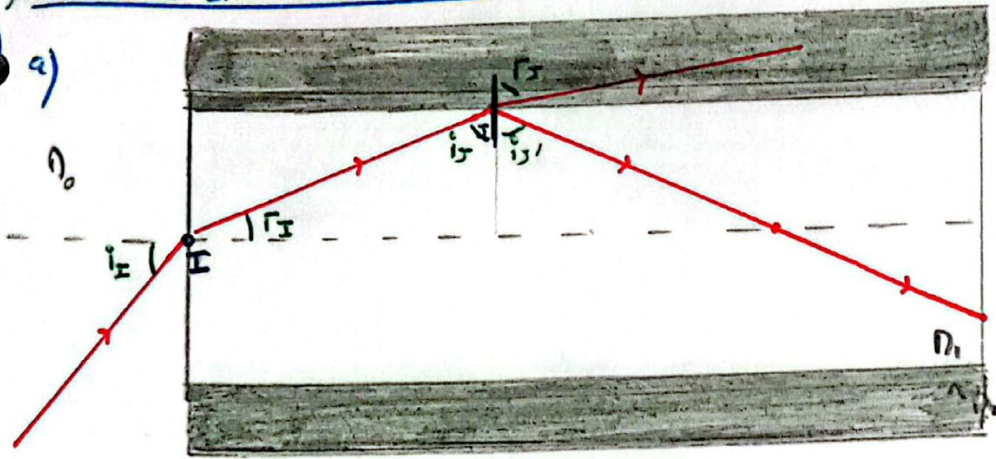
L'expression de la distance OA se simplifie alors $OF' = R \left(1 + i \cdot \frac{r}{r-i} \right) = R \left(1 + \frac{1}{n-i} \right)$

$$OF' = R \left(1 + \frac{1}{n-i} \right) = R \left(\frac{n-i+1}{n-i} \right)$$

$$OF' = R \frac{n}{n-1}$$

3) Fibre à saut d'indice :

a)



Loi de Descartes en :

b) I: $n_0 \sin(i_I) = n_1 \sin(r_I)$

J: $n_1 \sin(i_J) = n_2 \sin(r_J)$

c) Une réflexion totale en J

d) $\frac{n_1 \cdot \sin(i_J)}{n_2} > 1$ soit $\sin(i_J) > \frac{n_2}{n_1}$
 ou $i_J > \text{Arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

e) $r_I + i_J + 90 = 180$ (somme des angles égale à 180° de un triangle)
 $r_I = 90 - i_J$ $i_J = 90 - r_J$ $\sin(r_I) = \sin(90 - i_J)$
 $\sin(r_I) = \cos(i_J)$

$$90 - r_I > \text{Arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$- r_I > \text{Arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) - 90$$

$$r_I < 90 - \text{Arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$r_{I \text{ lim}} = 90 - \text{Arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$\begin{aligned} \sin(90 - x) &= \cos(x) \\ \cos(\text{Arsin}(x)) &= \sqrt{1 - x^2} \end{aligned}$$

g) $n_0 \sin(i_I) = n_1 \sin(r_I)$

A la condition limite

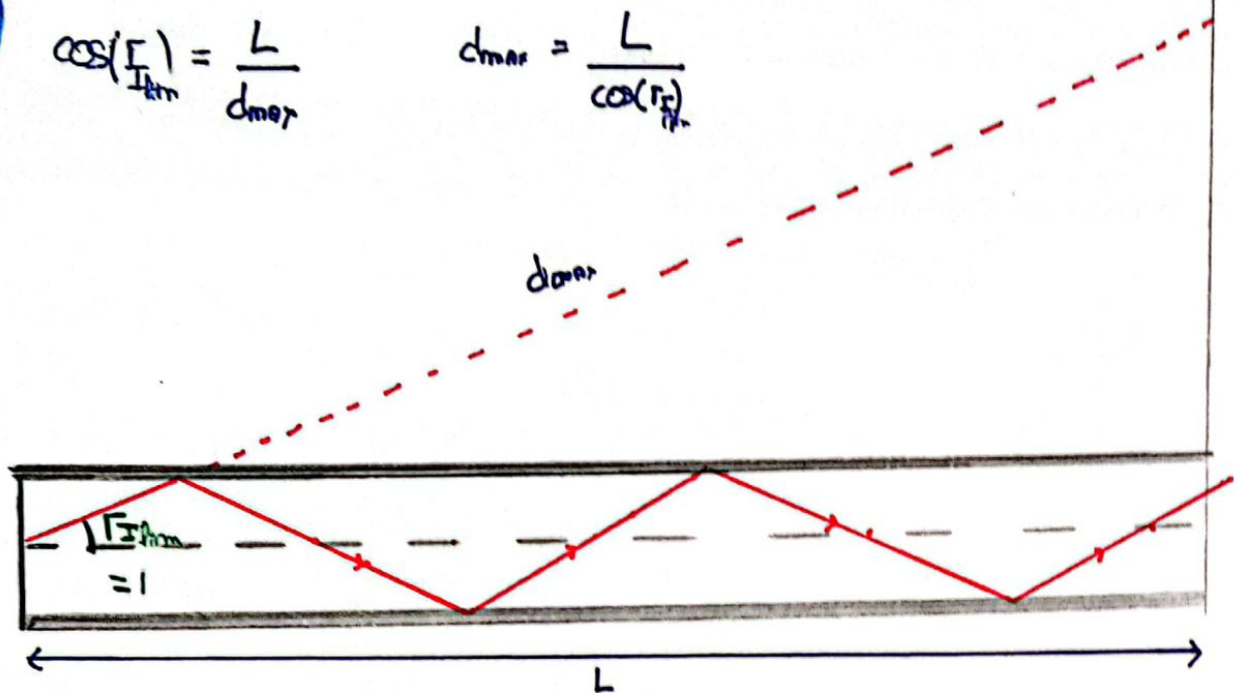
$$n_0 \sin(i_I) = n_1 \sin(r_{I \text{ lim}}) = n_1 \sin\left(90 - \text{arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right) = n_1 \cdot \cos\left(\text{Arsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)$$

$$n_0 \sin(i_I) = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = n_1 \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2}} = n_1 \sqrt{\frac{2 \Delta}{n_1^2}}$$

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2 n_1^2}$$

$$2) a) \epsilon_0 = \frac{L}{v} = \underline{\frac{n_1 \cdot L}{c}}$$

$$b) \cos(\Gamma_{\text{lim}}) = \frac{L}{d_{\text{max}}} \quad d_{\text{max}} = \frac{L}{\cos(\Gamma_{\text{lim}})}$$



$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{max}} &= \frac{d_{\text{max}}}{v} = \frac{n_1 L}{c \cdot \cos(\Gamma_{\text{lim}})} = \frac{n_1 \cdot L}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\Gamma_{\text{lim}})}} \\ &= \frac{n_1 L}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - 2\Delta}} \end{aligned}$$

$$c) \Delta \epsilon = \frac{n_1 L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - 2\Delta}} - \frac{n_1 L}{c}$$

$$\underline{\Delta \epsilon = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 2\Delta}} - 1 \right)}$$

$$\text{FN: } \Delta \epsilon = \frac{1,5 \cdot 10}{3 \cdot 10^8} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 2 \cdot 10^{-2}}} - 1 \right)$$

$$= 5,1 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$= 0,51 \text{ nA}$$