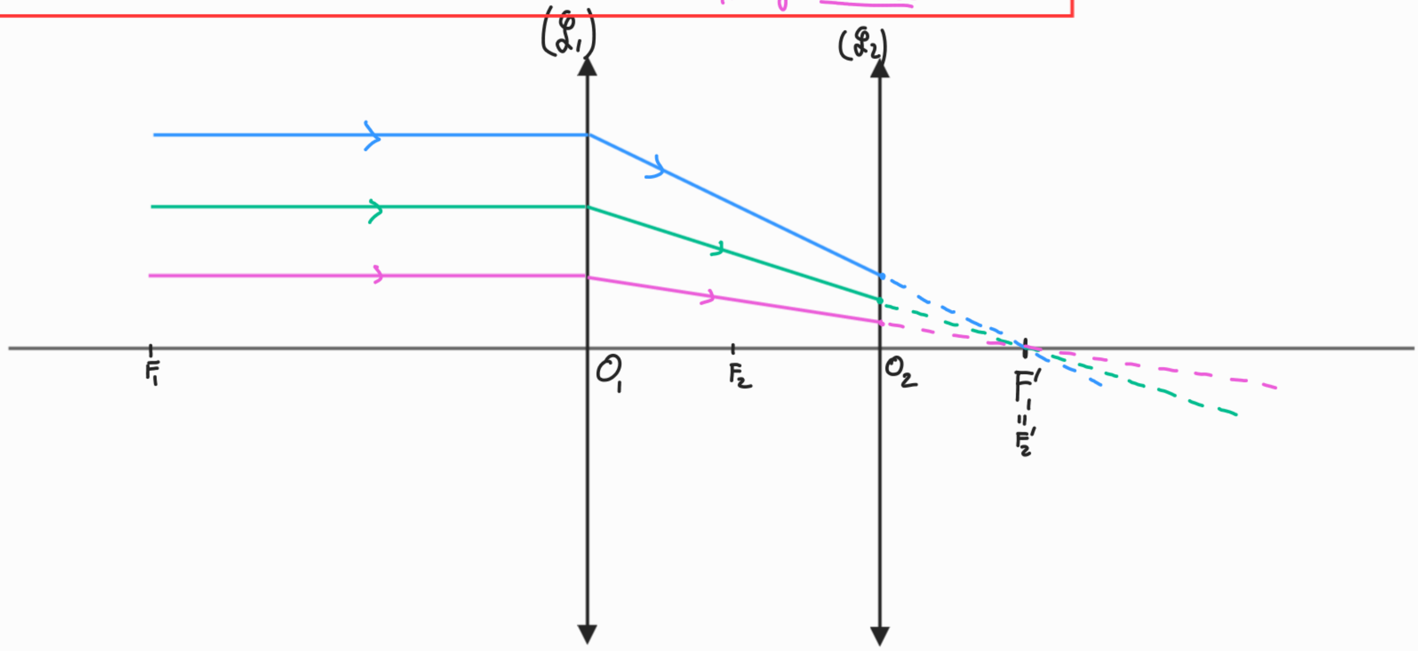
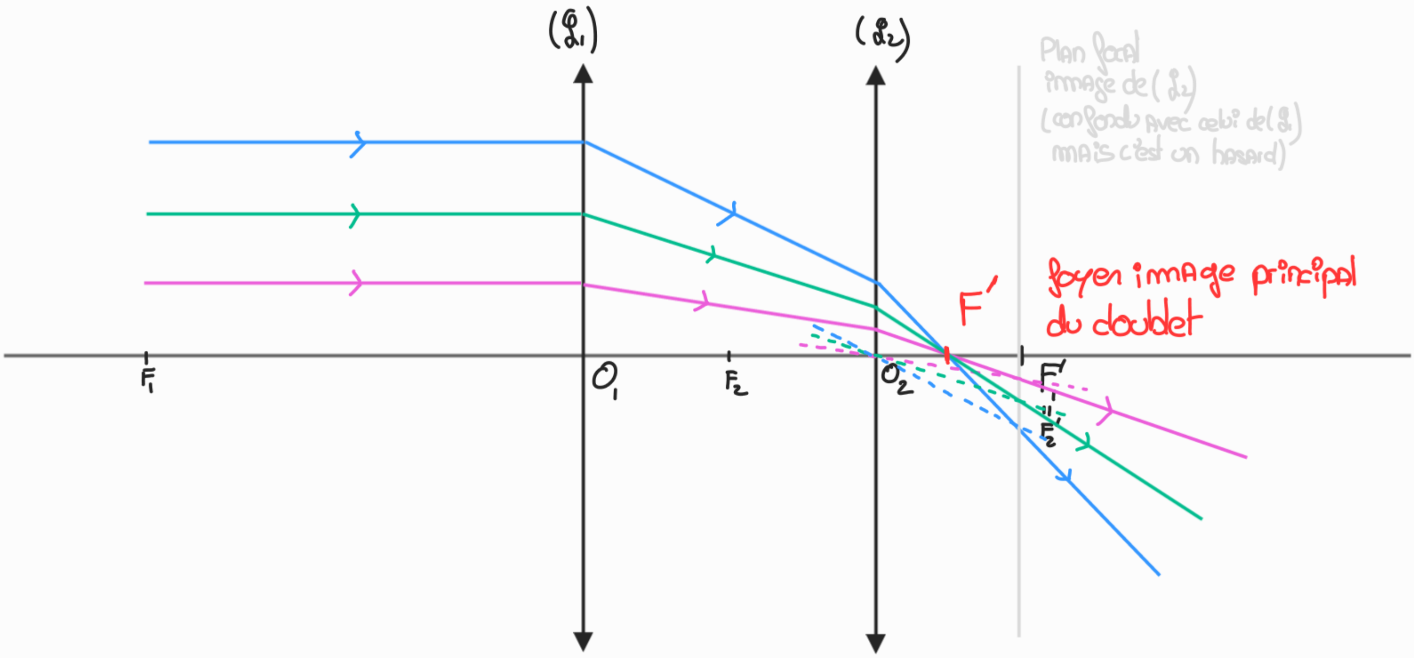
Exercice 10 : Étude d'un doublet

1) Pour déterminer la position du foyer principal image du doublet F', intéressons nous à un point objet à l'infini

$$\underset{\infty}{A} \xrightarrow{(\mathcal{L}_1)} \underset{= F_1'}{A_{int}} \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} A' \iff \underset{\infty}{A} \xrightarrow{\text{doublet}} A'$$

objet à l'infini — objet à l'infini — A' = F' image au foyer principal image du doublet



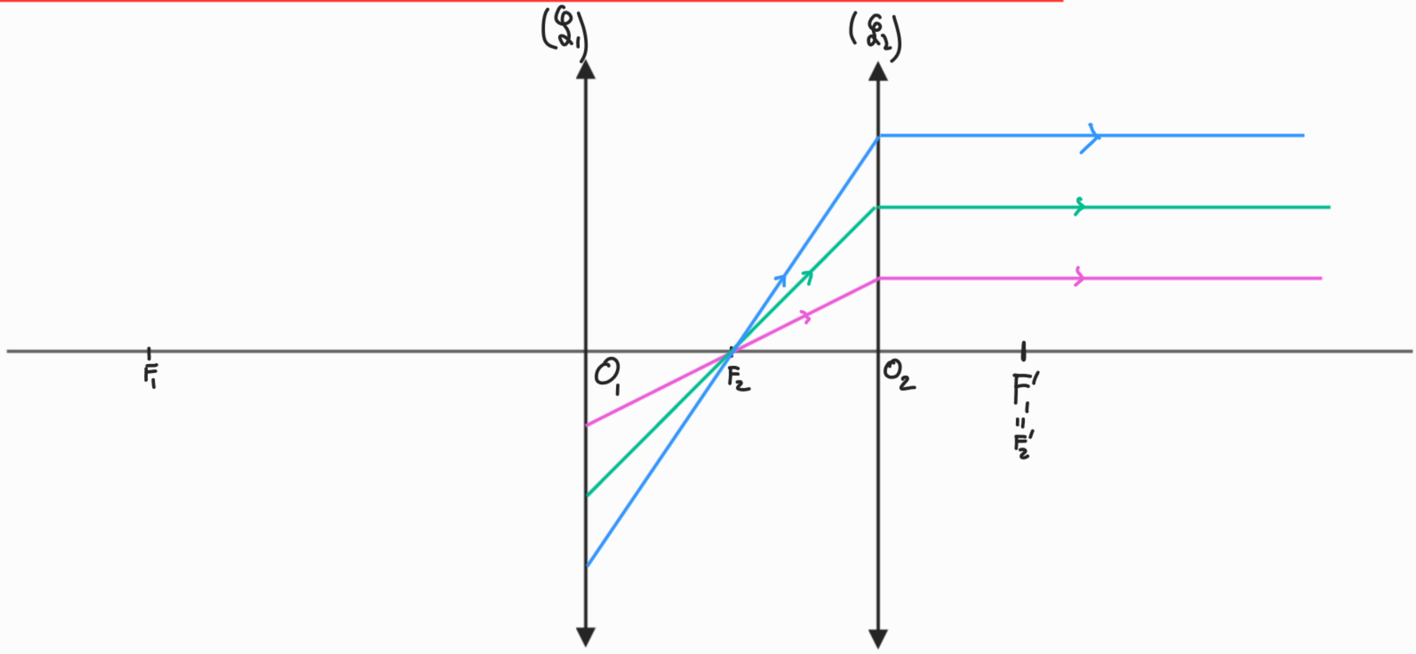


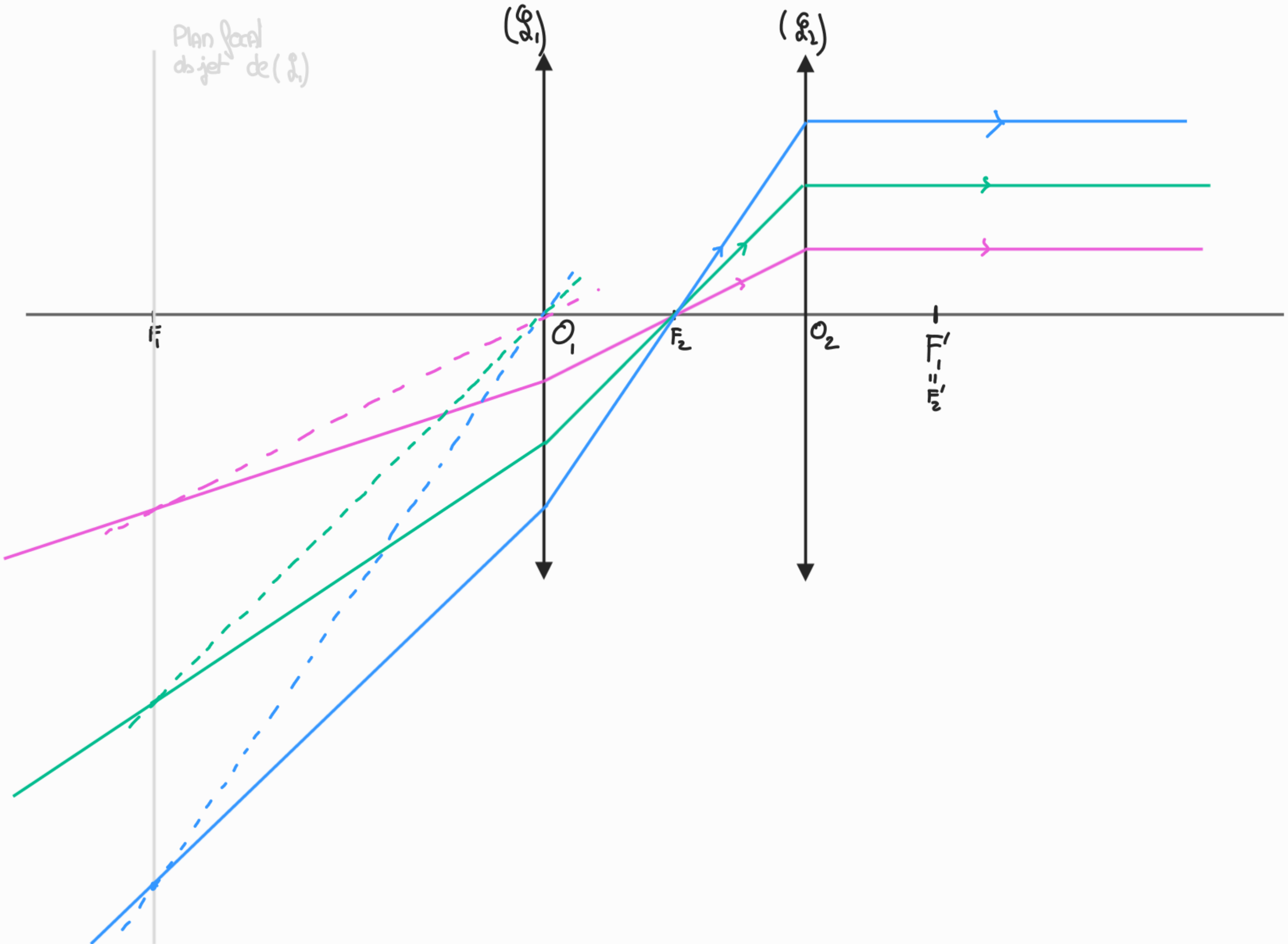
Pour déterminer la position du foyer principal objet du doublet F, interessons nous à une image d'un point objet formée à l'infini.

$$\underset{\text{objet à l'infini}}{A} \xrightarrow{(\mathcal{L}_1)} \underset{F_2}{\overset{}{A_{int}}} \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} \underset{\infty}{A'} \quad \text{image à l'infini} \iff A \xrightarrow{\text{doublet}} \underset{\infty}{A'}$$

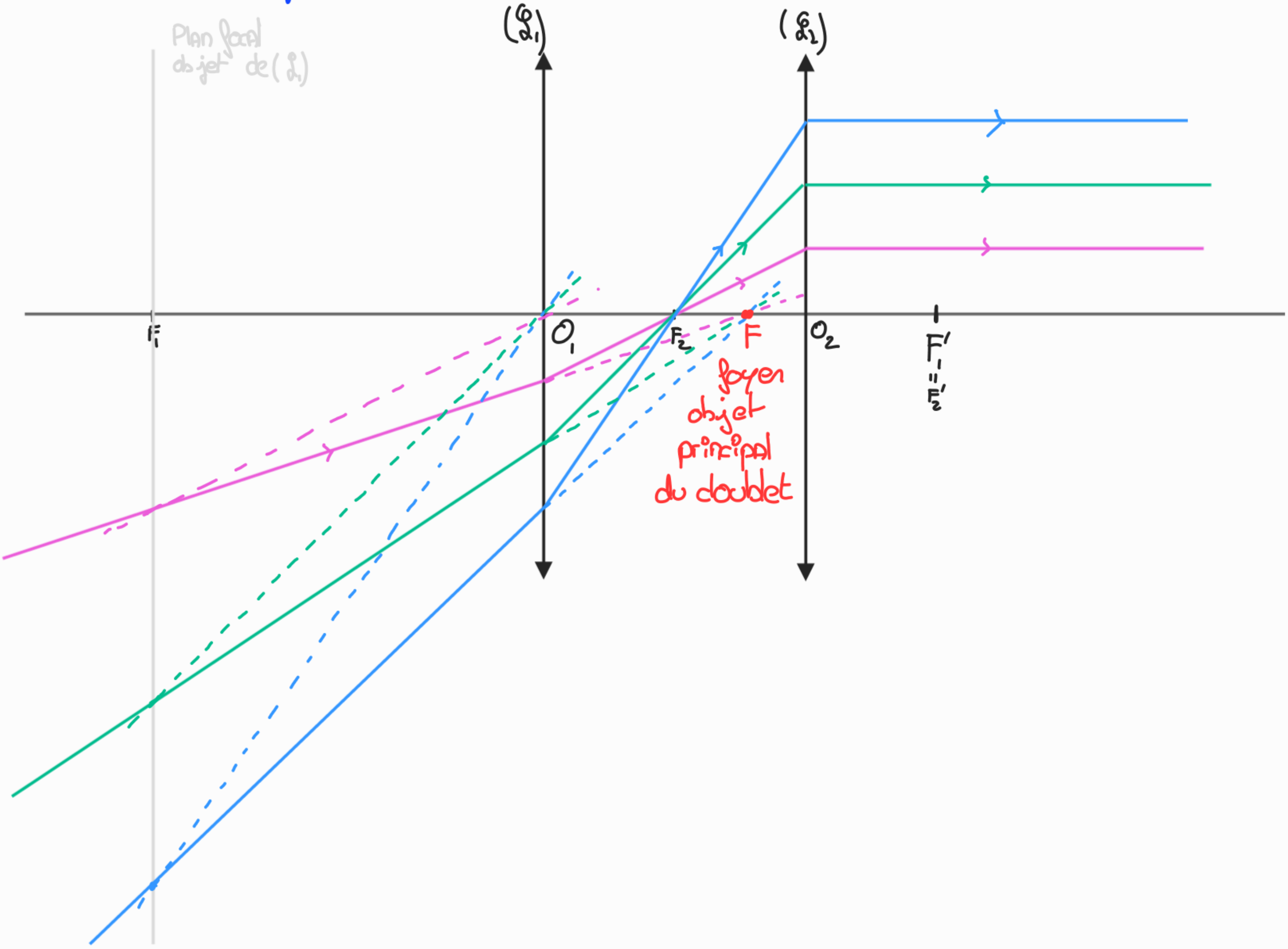
$A = F$ objet au foyer principal objet du doublet

$A' = \infty$ image à l'infini





On trace le prolongement des rayons incidents.



3) Pour déterminer la position du foyer principal image du doublet F', intéressons nous à un point objet à l'infini

$$\underset{\substack{\infty \\ \text{objet à l'infini}}}{A} \xrightarrow{(\mathcal{L}_1)} \underset{= F_1'}{A_{int}} \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} A' \quad \Longleftrightarrow \quad \underset{\substack{\infty \\ \text{objet à l'infini}}}{A} \xrightarrow{\text{doublet}} \underset{= F'}{A'}$$

F' image au foyer principal image du doublet

- Relation de conjugaison appliquée à la première lentille :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_{int}}} - \underbrace{\frac{1}{\overline{O_1A}}}_{\to 0} = \frac{1}{f_1'} \quad (1) \qquad \text{soit } \overline{O_1A_{int}} = f_1'$$

- Relation de conjugaison appliquée à la deuxième lentille :

$$\overline{F_2A_{int}}\ \overline{F_2'\underbrace{A'}_{=F'}} = -f_2'^2 \quad (2)$$

- Intervalle optique $\overline{O_1O_2} = e$ (3)

On a donc avec (2) $\overline{F_2'F'} = \dfrac{-f_2'^2}{\overline{F_2A_{int}}} = \dfrac{-f_2'^2}{\overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_{int}}} \overset{(1)(3)}{=} \dfrac{-f_2'^2}{f_2' - e + f_1'}$

$$\boxed{\overline{F_2'F'} = \frac{-f_2'^2}{f_2' - e + f_1'}}$$

avec $\begin{cases} f_1' = 3a \\ f_2' = a \\ e = 2a \end{cases}$ on a $\overline{F_2'F'} = \dfrac{-a^2}{a - 2a + 3a} = -\dfrac{a}{2}$

$$\boxed{\overline{F_2'F'} = -\frac{a}{2}}$$

Le résultat est cohérent avec le tracé (où a représente 2 carreaux).

Pour déterminer la position du foyer principal objet du doublet F, intéressons nous à un point objet qui donne un point image à l'infini.

$$\underset{\text{objet à l'infini}}{A} \xrightarrow{(\mathcal{L}_1)} \underset{\substack{\| \\ F_2}}{A_{int}} \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} \underset{\substack{\infty \\ \text{image à l'infini}}}{A'} \quad \Longleftrightarrow \quad \underset{\substack{\| \\ F \\ \text{objet au foyer principal objet du doublet}}}{A} \xrightarrow{\text{doublet}} \underset{\substack{\infty \\ \text{image à l'infini}}}{A'}$$

- Relation de conjugaison appliquée à la première lentille :

$$\underbrace{\overline{F_1A}}_{A = F}\;\overline{F_1'A_{int}} = -f_1'^2 \qquad (1)$$

- Relation de conjugaison appliquée à la deuxième lentille :

$$\underbrace{\frac{1}{\overline{O_2A'}}}_{\to 0} - \frac{1}{\overline{O_2A_{int}}} = \frac{1}{f_2'} \qquad (2) \qquad \text{soit } \overline{O_2A_{int}} = -f_2'$$

- Intervalle optique $\overline{O_1O_2} = e$ (3)

On a donc avec (1) $\overline{F_1F} = \dfrac{-f_1'^2}{\overline{F_1'A_{int}}} = \dfrac{-f_1'^2}{\overline{F_1'O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_{int}}} \overset{(2)(3)}{=} \dfrac{-f_1'^2}{-f_1' + e - f_2'}$

$$\boxed{\overline{F_1F} = \frac{-f_1'^2}{-f_1' + e - f_2'}}$$

avec $\begin{cases} f_1' = 3a \\ f_2' = a \\ e = 2a \end{cases}$ on a $\overline{F_1F} = \dfrac{-(3a)^2}{-3a + 2a - a} = \dfrac{9a}{2}$

$$\boxed{\overline{F_2'F'} = \frac{9a}{2}}$$

Le résultat est cohérent avec le tracé (où a représente 2 carreaux).