TD 0 : Analyse dimensionnelle et incertitudes

Exercice 1 :

Donner la dimension de chacune des quantités suivantes :

1. F MLT^{-2}
2. $\dfrac{dv}{dt}$ LT^{-2}
3. $\int v dt$ L
4. $\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ $P = RI^2$ $[R] = \dfrac{[P]}{[I]^2} = M.L^2.T^{-3}.A^{-2}$ → A faire moi m au tableau
5. $\sqrt{2gz}$ LT^{-1}
6. $P + \rho g h$ $ML^{-1}T^{-2}$

Exercice 2 :

Vérifier l'homogénéité des expressions suivantes :

1. $R_{eq} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ✓
2. $\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$ ✗
3. $U_C(t) = 1 - E.e^{-t}$ ✗
4. $i(t) = E.e^{-t/\tau}$ ✗
5. $i(t) = \dfrac{E}{R}.e^{-t/\tau}$ ✓
6. $U = \dfrac{E_1/R_1 + E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2}$ ✓
7. $v = \sqrt{2gz}$ ✓
8. $\dfrac{1}{2}\rho v^2 + P + \rho g h$ ✓

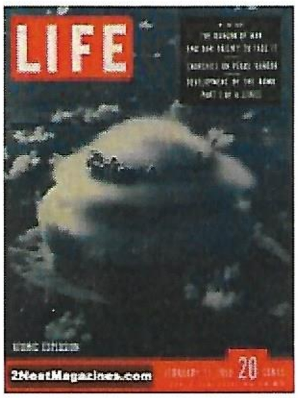
Exercice 3 :

On peut considérer que le temps de dissolution d'un cachet d'aspirine (forme de cylindre) est proportionnel à sa masse m, mais inversement proportionnel à sa surface S.

1. Écrivez une expression du temps T de dissolution faisant intervenir h (hauteur du cachet),R (rayon du cachet) et m (masse du cachet) et une constante k, dont on donnera les dimensions.
2. Un cachet d'aspirine possédant une hauteur h=4.00 mm, un rayon R=0.900 cm et une masse m=3.50 g se dissout en 2min.
   Estimez la valeur de la constante k

Exercice 4 :

En 1945, la première bombe atomique explose dans un désert du Nouveau Mexique (États-Unis).
En 1950, les militaires américains publient dans le magazine Life une série de photographies du champignon atomique avec des indications de taille et de temps (cf ci-dessous).



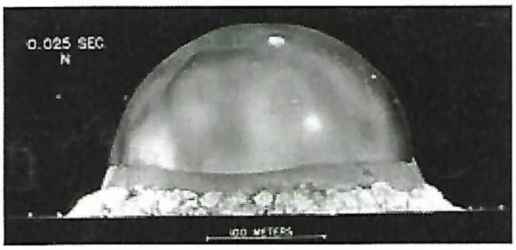


FIGURE 1 – Essai nucléaire Trinity

Ces photos ont permis au physicien britannique G.I. Taylor d'estimer l'énergie libérée par l'explosion, donnée pourtant ultra-secrète et classifiée ! Pour cela, il a supposé que le rayon R du champignon atomique ne dépend que du temps t, de l'énergie E libérée par l'explosion et de la masse volumique de l'air ρ.

1 Établir par analyse dimensionnelle la loi de variation de l'énergie E en fonction de R, t et ρ à un facteur numérique près.

2 G.I. Taylor a estimé le rayon du champignon atomique à R = 130 m à t = 25 ms.
En déduire une estimation de la valeur de l'énergie de l'explosion E.
Comparer à la valeur réelle révélée plus tard, E = 19 kt de TNT.
On donne : masse volumique de l'air = 1, 3 kg.m^{3} ; 1g de TNT=4180 J.

Exercice 5 :
Une classe mesure la vitesse du son en TP. Ils mettent en commun leurs résultats, qui sont présentés dans le tableau ci dessous en m/s.

343.54	342.57	346.21	341.51	345.54	340.52	341.28
338.95	342.50	339.25	337.19	342.88	333.98	341.15
337.68	340.69	342.58	338.85	334.25	338.85	339.72

$\bar{x} = 340,4614$ m/s
$s(x) = 3,147055$ m/s
$\frac{s(x)}{\sqrt{N}} = 0,6867$ m/s

1 En guise de conclusion du TP, le professeur décide de retenir un unique résultat. Comment le présenter ? $v = (340,46 \pm 0,69)$ m/s

2 Le binôme n°4 veut tout de même utiliser sa propre mesure. Il a trouvé 341.51 m/s. Comment doit-il présenter son résultat ?

$v = (341,5 \pm 3,1)$ m/s

Exercice 3 :

1) $T = k \frac{m}{S} = k \frac{m}{2\pi R h + 2\pi R^2}$

$[k] = T \cdot M^{-1} \cdot L^2$

2) $k = 23,20$

Exercice 4 : $R = f(E, t, \rho)$

$R = E^{\alpha} t^{\beta} \rho^{\gamma}$

$[R] = [E]^{\alpha} [t]^{\beta} [\rho]^{\gamma}$

$L = M^{\alpha} L^{2\alpha} T^{-2\alpha} \cdot T^{\beta} \cdot M^{\gamma} \cdot L^{-3\gamma}$

$\begin{cases} 1 = 2\alpha - 3\gamma & (1) \\ 0 = \alpha + \gamma & (2) \\ 0 = -2\alpha + \beta & (3) \end{cases}$

$(1) + 3(2)$

$1 = 5\alpha$ $\quad \boxed{\alpha = 1/5}$

$\boxed{\beta = 2/5}$

$\boxed{\gamma = -1/5}$

$R = E^{1/5} t^{2/5} \rho^{-1/5}$
$= \left(\frac{E t^2}{\rho}\right)^{1/5}$

$E = \frac{R^5 \rho}{t^2}$
$= 7,72 \cdot 10^{13}$ J
$= 1,85 \cdot 10^{10}$ g de TNT

TD ° 8 : Analyse dimensionnelle et incertitudes

Exercice 3 :

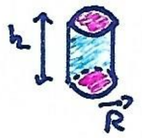
1) $T = k \cdot \frac{m}{S}$ ← proportionnel

↑ inversement proportionnel

$$[k] = \frac{[T]\,[S]}{[m]} = T \cdot L^{2} \cdot M^{-1}$$

Pour un cylindre, $S = \underline{2\pi R h} + \underline{2 \times \pi R^{2}}$

$= 2\pi R(R+h)$



on a donc $\underline{T = k \dfrac{m}{2\pi R(R+h)}}$

2) on isole k : $k = \dfrac{2\pi R(R+h) \cdot T}{m}$

AN : $k = \dfrac{2\pi \cdot \overset{m}{0{,}900.10^{-2}} \left(\overset{m}{0{,}900.10^{2}} + \overset{m}{4{,}00.10^{-3}}\right)}{\underset{kg}{3{,}50.10^{-3}}} \times \overset{s}{(2 \times 60)}$

$$\underline{k = 25{,}2 \ m^{2}.s.kg^{-1}}$$

3 chiffres significatifs

Exercice 5

1) Ensemble des mesures : $v = \bar{v} \pm \dfrac{s(v)}{\sqrt{N}}$

$\underline{v = (340{,}46 \pm 0{,}69) \ m/s}$

2 c.s

2) Mesure unique : $v = v_1 \pm s(v)$

$\underline{v = (341{,}5 \pm 3{,}1) \ m/s}$

2 CS

Exercice 6

$d = 7854,2$ m $U(d) = 1,2$ m

$R = 3148,754\ \Omega$ $U(R) = 0,046\ \Omega$

$e = 9,4326$ mm $U(e) = 0,0040$ mm

ou $e = 9432,5\ \mu m$ $U(e) = 4,0\ \mu m$

$T = 0,00028$ $U(T) = 0,00044$ s

ou $T = 2,8 \cdot 10^{-4}$ s $U(T) = 4,4 \cdot 10^{-4}$ s

$T = 0,28$ ms $U(T) = 0,44$ ms

Exercice 7

$$\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}} = \frac{2\pi R}{2R} = \pi$$ (valeur de référence)

valeur exp : 3,3 rad , $U = 0,1$ rad

$$z = \frac{|3,3 - \pi|}{0,1} = 1,58 < 2$$

$\Rightarrow$ la valeur mesurée est compatible avec la valeur de référence

Exercice 8 :

1) T_A : moyenne des 16 mesures $$U(T_A) = \frac{s(T_A)}{\sqrt{N}} = \frac{50}{\sqrt{16}} = 12,5 \text{ ms}$$

2) $D = 16 T_B$ $T_B = D/16$

$U(D) = 50$ ms incertitude sur D

$$U(T_B) = \frac{U(D)}{16}$$ utiliser composition si besoin

$U(T_B) = 3,1$ ms

3) la B.