

Dérivées des fonctions usuelles

Fonction	Intervalle de définition	Dérivée
$\cos x$	\mathbb{R}	$-\sin x$
$\sin x$	\mathbb{R}	$\cos x$
$\tan x$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[, k \in \mathbb{Z}$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
x^n avec $n \in \mathbb{N}^*$	\mathbb{R}	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$	\mathbb{R}^*	$-nx^{-n-1} = \frac{-n}{x^{n+1}}$
e^x	\mathbb{R}	e^x
$a^x = e^{x \ln a}$ avec $a \in \mathbb{R}^{+*}$	\mathbb{R}	$\ln a \times a^x$
$\ln x$	\mathbb{R}^{+*}	$1/x$
$x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$	\mathbb{R}^{+*}	$\alpha x^{\alpha-1}$
Arcsin x	$] -1, 1[$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Arccos x	$] -1, 1[$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Arctan x	\mathbb{R}	$\frac{1}{1+x^2}$

Dérivée d'un produit : $(f \times g)'(x) = f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$.

Dérivée d'une fonction composée : $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \times f'(x)$.

Dérivée d'un quotient :

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} = \frac{f'(x)}{g(x)} - \frac{f(x) \times g'(x)}{(g(x))^2}.$$

Si $f : I \rightarrow J$ est dérivable et bijective d'inverse f^{-1} :

$$\forall y \in J, \quad (f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))} \quad \text{si } f'(f^{-1}(y)) \neq 0.$$

Primitives des fonctions usuelles

Fonction	Intervalle	Primitives
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	\mathbb{R}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$\frac{1}{x}$	\mathbb{R}^{+*} ou \mathbb{R}^{-*}	$\ln x + c$
$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$ avec $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$	\mathbb{R}^*	$\frac{x^{-n+1}}{-n+1} = \frac{-1}{(n-1)x^{n-1}}$
$x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$ avec $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$	\mathbb{R}^{+*}	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$e^{\lambda x}, \lambda \in \mathbb{C}^*$	\mathbb{R}	$\frac{e^{\lambda x}}{\lambda} + c$
$a^x = e^{x \ln a}, a \in \mathbb{R}^{+*}$	\mathbb{R}	$\frac{a^x}{\ln a} + c$
$\cos(\omega x), \omega \in \mathbb{R}^*$	\mathbb{R}	$\frac{\sin(\omega x)}{\omega} + c$
$\sin(\omega x), \omega \in \mathbb{R}^*$	\mathbb{R}	$-\frac{\cos(\omega x)}{\omega} + c$
$\tan x$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[, k \in \mathbb{Z}$	$-\ln \cos x + c$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[, k \in \mathbb{Z}$	$\tan x + c$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$] -1, 1[$	$\text{Arcsin } x + c$
$\frac{1}{1+x^2}$	\mathbb{R}	$\text{Arctan } x + c$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u'(x)v(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x) dx = u(b)v(b) - u(a)v(a) - \int_a^b u(x)v'(x) dx$$

Changement de variable. Soit $\varphi \in \mathcal{C}^1([a, b], D_f)$, on a :

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f \circ \varphi(t) \varphi'(t) dt.$$