Programme des colles du 16/10 au 20/10

1. Fonctions usuelles
   — Bijections : définition d'une bijection, et de la bijection réciproque.
   — Dérivabilité de la bijection réciproque dans le cas où $f : I \to J$ est une bijection dérivable. f^{-1} est dérivable en $a \in J$ si et seulement si $f'(f^{-1}(a)) \neq 0$. Si c'est le cas, on a alors :
   $$\left(f^{-1}\right)'(a) = \frac{1}{f'(f^{-1}(a))}.$$
   — Fonctions trigonométriques réciproques
      — Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
      — Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
      — Définition de la fonction arctan, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
   — Logarithme.
   — Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit, d'une puissance entière, de l'inverse, d'un quotient.
   — Exponentielle.
   — Fonctions du type $f_a : x \mapsto x^a$ définies sur $\mathbb{R}_+^*$:
      — Si $a > 0$, fonctions qui se prolongent par continuité en 0 par $f_a(0) = 0$, croissantes. Elles sont dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, $f_a' = af_{a-1}$.
      — Si $a < 0$, elles sont décroissantes et dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, avec une limite infinie en 0.
   — Règles de calcul avec les puissances. Si les expressions ont un sens, on a pour x, y, a et b réels :
      (a) $x^a \times x^b = x^{a+b}$
      (b) $x^a \times y^a = (xy)^a$
      (c) $(x^a)^b = x^{ab}$
      (d) $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
      (e) $\ln(x^a) = a\ln(x)$
2. Complexes
   — Définition, addition et multiplication.
   — Plan complexe, affixe d'un point.
   — Conjugaison et propriétés, interprétation géométrique.
   — Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
   — **Inégalité triangulaire : savoir prouver que pour tous $z, w \in \mathbb{C}$, $|z + w| \leq |z| + |w|$. Le cas d'égalité est à connaître, mais sa preuve n'est pas exigible**
   — Inverse d'un complexe non nul.
   — Applications à la trigonométrie
      — Factorisations : angle moitié pour $1 \pm e^{i\theta}$, angle moyen pour $e^{ip} \pm e^{iq}$ et formules pour $\cos p \pm \cos q$, $\sin p \pm \sin q$.
      — Formules d'Euler, linéarisation, triangle de Pascal pour le développement de $(a + b)^n$.
      — Formule de Moivre.
      — **Sommes trigonométriques à savoir calculer pour $x \neq 0[2\pi]$:**
      $$C_n = 1 + \cos x + \cos(2x) + \cdots + \cos(nx),$$
      $$S_n = \sin x + \sin(2x) + \cdots + \sin(nx).$$
   — Représentation polaire et argument d'un complexe non nul.
   — Argument d'un produit, d'un quotient.
   — **Transformation d'une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ du type $f : x \mapsto a\cos(x) + b\sin(x)$ en** $f : x \mapsto A\cos(x + \phi)$
   — Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
   — Equation du second degré dans $\mathbb{C}$