

---

**Programme des colles du 06/11 au 10/11**

---

1. Fonctions usuelles
  - Fonctions trigonométriques réciproques
    - Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
    - Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
    - Définition de la fonction arctan, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
  - Logarithme.
  - Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit, d'une puissance entière, de l'inverse, d'un quotient.
  - Exponentielle.
  - Fonctions du type  $f_a : x \mapsto x^a$  définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  :
  - Règles de calcul avec les puissances.

2. Complexes
  - Définition, addition et multiplication.
  - Plan complexe, affixe d'un point.
  - Conjugaison et propriétés, interprétation géométrique.
  - Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
  - Inégalité triangulaire.
  - Inverse d'un complexe non nul.
  - Applications à la trigonométrie
    - Factorisations : angle moitié pour  $1 \pm e^{i\theta}$ , angle moyen pour  $e^{ip} \pm e^{iq}$  et formules pour  $\cos p \pm \cos q$ ,  $\sin p \pm \sin q$ .
    - Formules d'Euler, linéarisation, triangle de Pascal pour le développement de  $(a + b)^n$ .
    - Formule de Moivre.
    - **Sommes trigonométriques à savoir calculer pour  $x \neq 0[2\pi]$  :**

$$C_n = 1 + \cos x + \cos(2x) + \cdots + \cos(nx),$$

$$S_n = \sin x + \sin(2x) + \cdots + \sin(nx).$$

- Représentation polaire et argument d'un complexe non nul.
- Argument d'un produit, d'un quotient.
- **Transformation d'une fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  du type  $f : x \mapsto a \cos(x) + b \sin(x)$  en  $f : x \mapsto A \cos(x + \phi)$**

3. Equations
  - Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
  - Equation du second degré dans  $\mathbb{C}$
  - Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
  - Equation du second degré dans  $\mathbb{C}$ , somme et produit des racines et cas des coefficients réels.
  - Factorisation par  $(z - a)$  d'une expression polynomiale en  $z$  qui s'annule pour  $z = a$ .
  - **Racines  $n$ -ièmes de l'unité : savoir prouver que**

$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

**puis représenter sur un schéma afin d'expliquer que :**

$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \right\}$$

- Caractérisation des racines  $n$ -ièmes de l'unité autres que 1 par  $1 + z + \cdots + z^{n-1} = 0$
  - Equation  $z^n = a$  où  $a \in \mathbb{C}^*$  et  $n \geq 2$  : savoir décrire l'ensemble des solutions à l'aide de l'écriture polaire de  $a$  et préciser leur emplacement géométrique.
4. Applications des complexes.
    - Fonction exponentielle de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$ , propriété relativement à l'image d'une somme.
    - Propriété concernant l'égalité d'exponentielles :

$$\forall z, w \in \mathbb{C}, e^z = e^w \Leftrightarrow z - w \in 2i\pi\mathbb{Z},$$

- Dérivation des fonctions à valeurs complexes
- Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.