
Programme des colles du 06/11 au 10/11

1. Fonctions usuelles
 - Fonctions trigonométriques réciproques
 - Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
 - Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
 - Définition de la fonction arctan, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
 - Logarithme.
 - Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit, d'une puissance entière, de l'inverse, d'un quotient.
 - Exponentielle.
 - Fonctions du type $f_a : x \mapsto x^a$ définies sur \mathbb{R}_+^* :
 - Règles de calcul avec les puissances.

2. Complexes
 - Définition, addition et multiplication.
 - Plan complexe, affixe d'un point.
 - Conjugaison et propriétés, interprétation géométrique.
 - Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
 - Inégalité triangulaire.
 - Inverse d'un complexe non nul.
 - Applications à la trigonométrie
 - Factorisations : angle moitié pour $1 \pm e^{i\theta}$, angle moyen pour $e^{ip} \pm e^{iq}$ et formules pour $\cos p \pm \cos q$, $\sin p \pm \sin q$.
 - Formules d'Euler, linéarisation, triangle de Pascal pour le développement de $(a + b)^n$.
 - Formule de Moivre.
 - **Sommes trigonométriques à savoir calculer pour $x \neq 0[2\pi]$:**

$$C_n = 1 + \cos x + \cos(2x) + \dots + \cos(nx),$$

$$S_n = \sin x + \sin(2x) + \dots + \sin(nx).$$

- Représentation polaire et argument d'un complexe non nul.
- Argument d'un produit, d'un quotient.
- **Transformation d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ du type $f : x \mapsto a \cos(x) + b \sin(x)$ en $f : x \mapsto A \cos(x + \phi)$**

3. Equations
 - Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
 - Equation du second degré dans \mathbb{C}
 - Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
 - Equation du second degré dans \mathbb{C} , somme et produit des racines et cas des coefficients réels.
 - Factorisation par $(z - a)$ d'une expression polynomiale en z qui s'annule pour $z = a$.
 - **Racines n -ièmes de l'unité : savoir prouver que**

$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

puis représenter sur un schéma afin d'expliquer que :

$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \right\}$$

- Caractérisation des racines n -ièmes de l'unité autres que 1 par $1 + z + \dots + z^{n-1} = 0$
 - Equation $z^n = a$ où $a \in \mathbb{C}^*$ et $n \geq 2$: savoir décrire l'ensemble des solutions à l'aide de l'écriture polaire de a et préciser leur emplacement géométrique.
4. Applications des complexes.
 - Fonction exponentielle de \mathbb{C} dans \mathbb{C} , propriété relativement à l'image d'une somme.
 - Propriété concernant l'égalité d'exponentielles :

$$\forall z, w \in \mathbb{C}, e^z = e^w \Leftrightarrow z - w \in 2i\pi\mathbb{Z},$$

- Dérivation des fonctions à valeurs complexes
- Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.