

---

**Programme des colles du 20/11 au 24/11**

---

## 1. Equations

- Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
- Equation du second degré dans  $\mathbb{C}$
- Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
- Equation du second degré dans  $\mathbb{C}$ , somme et produit des racines et cas des coefficients réels.
- Factorisation par  $(z - a)$  d'une expression polynomiale en  $z$  qui s'annule pour  $z = a$ .
- Racines  $n$ -ièmes de l'unité :

$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \right\}$$

- Caractérisation des racines  $n$ -ièmes de l'unité autres que 1 par  $1 + z + \dots + z^{n-1} = 0$
- Equation  $z^n = a$  où  $a \in \mathbb{C}^*$  et  $n \geq 2$  : savoir décrire l'ensemble des solutions à l'aide de l'écriture polaire de  $a$  et préciser leur emplacement géométrique.

## 2. Applications des complexes.

- Fonction exponentielle de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$ , propriété relativement à l'image d'une somme.
- Propriété concernant l'égalité d'exponentielles :

$$\forall z, w \in \mathbb{C}, e^z = e^w \Leftrightarrow z - w \in 2i\pi\mathbb{Z},$$

- Dérivation des fonctions à valeurs complexes
- Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.

## 3. Primitives et intégrales

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue à l'aide des primitives.
- Propriétés : linéarité, croissance, Chasles
- Formule d'intégration par parties pour  $u$  et  $v$  de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $[a, b]$  :

$$\int_a^b u'v = [uv]_a^b - \int_a^b uv'.$$

- Formule de changement de variable pour  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  continue et  $\phi : [a, b] \rightarrow I$  de classe  $\mathcal{C}^1$  :

$$\int_a^b f(\phi(t))\phi'(t) dt = \int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) dx.$$

**Savoir faire intégralement l'exemple du cours :**

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

- Primitives de  $\frac{1}{P}$  où  $P$  est une fonction polynomiale réelle du second degré.

## 4. Equations différentielles

- Ordre 1

- **Résolution de l'équation homogène d'ordre 1,  $y' = ay$ , où  $a : I \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction continue sur l'intervalle  $I$  : connaître précisément la propriété qui décrit l'ensemble des solutions à l'aide d'une primitive  $A$  de  $a$  et savoir la prouver.**
- Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
- **Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.**
- Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.