
Programme des colles du 20/11 au 24/11

1. Equations

- Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
- Equation du second degré dans \mathbb{C}
- Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
- Equation du second degré dans \mathbb{C} , somme et produit des racines et cas des coefficients réels.
- Factorisation par $(z - a)$ d'une expression polynomiale en z qui s'annule pour $z = a$.
- Racines n -ièmes de l'unité :

$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \right\}$$

- Caractérisation des racines n -ièmes de l'unité autres que 1 par $1 + z + \dots + z^{n-1} = 0$
- Equation $z^n = a$ où $a \in \mathbb{C}^*$ et $n \geq 2$: savoir décrire l'ensemble des solutions à l'aide de l'écriture polaire de a et préciser leur emplacement géométrique.

2. Applications des complexes.

- Fonction exponentielle de \mathbb{C} dans \mathbb{C} , propriété relativement à l'image d'une somme.
- Propriété concernant l'égalité d'exponentielles :

$$\forall z, w \in \mathbb{C}, e^z = e^w \Leftrightarrow z - w \in 2i\pi\mathbb{Z},$$

- Dérivation des fonctions à valeurs complexes
- Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.

3. Primitives et intégrales

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue à l'aide des primitives.
- Propriétés : linéarité, croissance, Chasles
- Formule d'intégration par parties pour u et v de classe \mathcal{C}^1 sur $[a, b]$:

$$\int_a^b u'v = [uv]_a^b - \int_a^b uv'.$$

- Formule de changement de variable pour $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue et $\phi : [a, b] \rightarrow I$ de classe \mathcal{C}^1 :

$$\int_a^b f(\phi(t))\phi'(t) dt = \int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) dx.$$

Savoir faire intégralement l'exemple du cours :

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

- Primitives de $\frac{1}{P}$ où P est une fonction polynomiale réelle du second degré.

4. Equations différentielles

- Ordre 1

- **Résolution de l'équation homogène d'ordre 1, $y' = ay$, où $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue sur l'intervalle I : connaître précisément la propriété qui décrit l'ensemble des solutions à l'aide d'une primitive A de a et savoir la prouver.**
- Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
- **Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.**
- Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.