
Programme des colles du 27/11 au 01/12

1. Applications des complexes.
 - Fonction exponentielle de \mathbb{C} dans \mathbb{C} , propriété relativement à l'image d'une somme.
 - Propriété concernant l'égalité d'exponentielles :

$$\forall z, w \in \mathbb{C}, e^z = e^w \Leftrightarrow z - w \in 2i\pi\mathbb{Z},$$

- Dérivation des fonctions à valeurs complexes
 - Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.
2. Primitives et intégrales
 - Définition de l'intégrale d'une fonction continue à l'aide des primitives.
 - Propriétés : linéarité, croissance, Chasles
 - Formule d'intégration par parties pour u et v de classe \mathcal{C}^1 sur $[a, b]$:

$$\int_a^b u'v = [uv]_a^b - \int_a^b uv'.$$

Savoir appliquer cette formule pour prouver que la suite des intégrales de Wallis :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n t \, dt \text{ vérifie } I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n$$

- Formule de changement de variable pour $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue et $\phi : [a, b] \rightarrow I$ de classe \mathcal{C}^1 :

$$\int_a^b f(\phi(t))\phi'(t) \, dt = \int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) \, dx.$$

- Primitives de $\frac{1}{P}$ où P est une fonction polynômiale réelle du second degré.
3. Equations différentielles
 - Ordre 1
 - **Résolution de l'équation homogène d'ordre 1, $y' = ay$, où $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue sur l'intervalle I : connaître précisément la propriété qui décrit l'ensemble des solutions à l'aide d'une primitive A de a et savoir la prouver.**
 - Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
 - **Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.**
 - Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
 - Ordre 2
 - Equation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants et réels.
 - Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.
 - Description des solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière de l'équation.
 - Solution particulière dans le cas d'un second membre exponentiel ou trigonométrique.
 4. Logique et raisonnement
 - Définition d'une proposition logique : énoncé qui est soit vrai, soit faux.
 - Quantificateurs et prédicats.
 - Connecteurs logiques : et, ou, \Rightarrow , \Leftrightarrow .
 - Négation d'assertions avec des quantificateurs, "et", "ou", \Rightarrow .
 - Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles.
 - Raisonnement par contraposée : pour $n \in \mathbb{N}$, on a n^2 pair \Rightarrow n pair puis par l'absurde que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.