
Programme des colles du 04/12 au 08/12

1. Primitives et intégrales
 - **Formule d'intégration par parties. Savoir appliquer cette formule pour prouver que la suite des intégrales de Wallis :**

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n t \, dt \text{ vérifie } I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n$$

- Formule de changement de variable.
 - Primitives de $\frac{1}{P}$ où P est une fonction polynômiale réelle du second degré.
2. Equations différentielles
 - Ordre 1
 - Résolution de l'équation homogène d'ordre 1, $y' = ay$, où $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue sur l'intervalle I : connaître précisément la propriété qui décrit l'ensemble des solutions à l'aide d'une primitive A de a et savoir la prouver.
 - Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
 - Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.
 - Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
 - Ordre 2
 - Equation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants et réels.
 - Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.
 - Description des solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière de l'équation.
 - Solution particulière dans le cas d'un second membre exponentiel ou trigonométrique.
 3. Logique et raisonnement
 - Définition d'une proposition logique : énoncé qui est soit vrai, soit faux.
 - Quantificateurs et prédicats.
 - Connecteurs logiques : et, ou, \Rightarrow , \Leftrightarrow .
 - Négation d'assertions avec des quantificateurs, "et", "ou", \Rightarrow .
 - Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles.
 - **Raisonnement par contraposée : pour $n \in \mathbb{N}$, on a n^2 pair $\Rightarrow n$ pair puis par l'absurde : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.**
 - Raisonnement par analyse-synthèse : toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s'écrit d'une seule manière comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
 - Récurrences.
 - Fonctions injectives, surjectives, bijectives.
 - **Une composée d'injections est injective, une composée de surjections est surjective.**
 4. Sommes et produits avec notations Σ et Π
 - Symbole $\sum_{k=m}^n a_k$ où m et n sont deux entiers relatifs tels que $m \leq n$, convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme : $n - m + 1$.
 - Linéarité de la somme.
 - Sommes télescopiques.
 - Sommes géométriques
 - Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
 - $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$; $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$; $\sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.