Programme des colles du 11/12 au 15/12

1. Equations différentielles
   - Ordre 1
     - Résolution de l'équation homogène d'ordre 1, $y' = ay$, où $a : I \to \mathbb{R}$ est une fonction continue sur l'intervalle I : connaître précisément la propriété qui décrit l'ensemble des solutions à l'aide d'une primitive A de a et savoir la prouver.
     - Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
     - Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.
     - Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
   - Ordre 2
     - Equation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants.
     - Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.
     - Description des solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière de l'équation.
     - Solution particulière dans le cas d'un second membre exponentiel ou trigonométrique.
2. Logique et raisonnement
   - Définition d'une proposition logique : énoncé qui est soit vrai, soit faux.
   - Quantificateurs et prédicats.
   - Connecteurs logiques : et, ou, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.
   - Négation d'assertions avec des quantificateurs, "et", "ou", $\Rightarrow$.
   - Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles.
   - **Raisonnement par contraposée : pour $n \in \mathbb{N}$, on a n^2 pair $\Rightarrow n$ pair puis par l'absurde : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.**
   - Raisonnement par analyse-synthèse : toute fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s'écit d'une seule manière comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
   - Récurrences.
   - Fonctions injectives, surjectives, bijectives.
   - **Une composée d'injections est injective, une composée de surjections est surjective.**
3. Sommes et produits avec notations Σ et Π
   - Symbole $\sum_{k=m}^{n} a_k$ où m et n sont deux entiers relatifs tels que $m \leq n$, convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme : $n - m + 1$.
   - Linéarité de la somme.
   - Sommes télescopiques.
   - Sommes géométriques
   - Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
   - $\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$; $\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$; $\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
   - **Sommes doubles $\sum_{m \leq i,j \leq n} a_{i,j}$, $\sum_{m \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$ ou $\sum_{m \leq i < j \leq n} a_{i,j}$ à savoir écrire comme deux sommes imbriquées et calculer sur des exemples.**
   - Produits
   - Changement d'indice dans une somme : $j = \alpha + k$ ou $j = \alpha - k$ ($\alpha \in \mathbb{Z}$).
   - Coefficients binomiaux, formules :

$$(i)\ \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$(ii)\ \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$(iii)\ k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$$

     NB : ces formules sont valables pour toutes valeurs entière relative de k et entière naturelle de n avec la convention que $\binom{n}{k} = 0$ lorsque l'inégalité $0 \leq k \leq n$ n'est pas respectée.
   - Formule du binôme de Newton.