

---

## Programme des colles du 08/01 au 12/01

---

### 1. Sommes et produits avec notations $\Sigma$ et $\Pi$

- Symbole  $\sum_{k=m}^n a_k$  où  $m$  et  $n$  sont deux entiers relatifs tels que  $m \leq n$ , convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme :  $n - m + 1$ .
- Linéarité de la somme.
- Sommes télescopiques.
- Sommes géométriques
- Factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$ .
- $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$  ;  $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  ;  $\sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ .
- Sommes doubles  $\sum_{m \leq i, j \leq n} a_{i,j}$ ,  $\sum_{m \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$  ou  $\sum_{m \leq i < j \leq n} a_{i,j}$  à savoir écrire comme deux sommes imbriquées et calculer sur des exemples.
- Produits
- Changement d'indice dans une somme :  $j = \alpha + k$  ou  $j = \alpha - k$  ( $\alpha \in \mathbb{Z}$ ).
- Coefficients binomiaux, formules :

$$(i) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$(ii) \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$(iii) k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$

NB : ces formules sont valables pour toutes valeurs entière relative de  $k$  et entière naturelle de  $n$  avec la convention que  $\binom{n}{k} = 0$  lorsque l'inégalité  $0 \leq k \leq n$  n'est pas respectée.

- Formule du binôme de Newton.

### 2. Suites

- Suites arithmétiques, géométriques
- Suites arithmético-géométriques
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2, polynôme caractéristique et calcul du terme général.
- **Limites finies de suites : connaître les deux définitions possibles et la preuve de l'unicité.**
- Limites  $+\infty$  et  $-\infty$ .
- **Limite d'une somme de deux suites convergentes.**
- Limite du produit, de l'inverse et du quotient de suites convergentes.
- Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers  $+\infty$  ou  $-\infty$ .
- Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.
- Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.
- **Théorème de la limite monotone.**
- Suites extraites d'une suite.
- Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
- Si les suites  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  ont la même limite, la suite  $(u_n)$  a aussi cette limite.
- Suites à valeurs complexes.
- Suites  $u_{n+1} = f(u_n)$  : toujours représenter la fonction  $f$  pour étudier.

### 3. Limites de fonctions.

- Voisinage d'un point  $l \in \mathbb{R}$  ( $[l - \epsilon, l + \epsilon]$  où  $\epsilon > 0$ ), de  $+\infty$  ( $[m, +\infty[$  où  $m \in \mathbb{R}$ ), de  $-\infty$  ( $] - \infty, m]$  où  $m \in \mathbb{R}$ )
- Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.