
Programme des colles du 15/01 au 19/01

1. Sommes et produits avec notations Σ et Π

— Coefficients binomiaux, formules :

$$(i) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$(ii) \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$(iii) k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$

NB : ces formules sont valables pour toutes valeurs entière relative de k et entière naturelle de n avec la convention que $\binom{n}{k} = 0$ lorsque l'inégalité $0 \leq k \leq n$ n'est pas respectée.

— Formule du binôme de Newton.

2. Suites

— Suites arithmétiques, géométriques

— Suites arithmético-géométriques

— Suites récurrentes linéaires d'ordre 2, polynôme caractéristique et calcul du terme général.

— Limites finies de suites : connaître les deux définitions possibles et la preuve de l'unicité.

— Limites $+\infty$ et $-\infty$.

— Limite d'une somme de deux suites convergentes.

— Limite du produit, de l'inverse et du quotient de suites convergentes.

— Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.

— Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

— Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.

— **Théorème de la limite monotone.**

— Suites extraites d'une suite.

— Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.

— Si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont la même limite, la suite (u_n) a aussi cette limite.

— Suites à valeurs complexes.

— Suites $u_{n+1} = f(u_n)$: toujours représenter la fonction f pour étudier.

3. Limites de fonctions.

— Voisinage d'un point $l \in \mathbb{R}$ ($[l - \epsilon, l + \epsilon]$ où $\epsilon > 0$), de $+\infty$ ($[m, +\infty[$ où $m \in \mathbb{R}$), de $-\infty$ ($] - \infty, m]$ où $m \in \mathbb{R}$)

— Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.

— Unicité de la limite.

— Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.

— Composition fonction-suite.

— Caractérisation séquentielle de la limite.

— **Savoir prouver que la fonction $f : x \mapsto \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ n'a pas de limite en 0.**— Limites et opérations $+$, \times , $/$: les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.

— Composée de fonctions et limites.

— Limites par encadrement.

— Stabilité des inégalités larges à la limite.

— Théorème de la limite monotone.

— Fonction continue en un point, fonction continue.

— Fonctions continues et opérations.

— **Théorème des valeurs intermédiaires : savoir donner dans les grandes lignes la preuve par dichotomie.**