Programme des colles du 29/01 au 02/02

1. Suites
   — Suites arithmétiques, géométriques
   — Suites arithmético-géométriques
   — Suites récurrentes linéaires d'ordre 2, polynôme caractéristique et calcul du terme général.
   — Limites finies de suites : connaître les deux définitions possibles et la preuve de l'unicité.
   — Limites $+\infty$ et $-\infty$.
   — Limite d'une somme de deux suites convergentes.
   — Limite du produit, de l'inverse et du quotient de suites convergentes.
   — Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.
   — Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.
   — Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.
   — Théorème de la limite monotone.
   — Suites extraites d'une suite.
   — Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
   — Si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont la même limite, la suite (u_n) a aussi cette limite.
   — Suites à valeurs complexes.
   — Suites $u_{n+1} = f(u_n)$.
2. Limites de fonctions.
   — Voisinage d'un point $l \in \mathbb{R}$ ($[l-\epsilon, l+\epsilon]$ où $\epsilon > 0$), de $+\infty$ ($[m, +\infty[$ où $m \in \mathbb{R}$), de $-\infty$ ($]-\infty, m]$ où $m \in \mathbb{R}$)
   — Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.
   — Unicité de la limite.
   — Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
   — Composition fonction-suite.
   — Caractérisation séquentielle de la limite.
   — Limites et opérations $+$, $\times$, $/$: les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.
   — Composée de fonctions et limites.
   — Limites par encadrement.
   — Stabilité des inégalités larges à la limite.
   — Théorème de la limite monotone.
   — Fonction continue en un point, fonction continue.
   — Fonctions continues et opérations.
   — **Théorème des valeurs intermédiaires : savoir donner dans les grandes lignes la preuve par dichotomie.**
   — Caractérisation des intervalles : ce sont les convexes de $\mathbb{R}$.
   — Image d'un intervalle par une fonction continue.
   — Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.
   — Extension aux fonctions à valeurs complexes.
3. Dérivation des fonctions
   — Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
   — Equivalence entre la dérivabilité d'une fonction en un point a et l'existence d'un développement limité à l'ordre 1 pour cette fonction en le point a.
   — Exemples de fonctions continues non dérivables en 0 : $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto |x|$.
   — Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
   — Dérivée d'une somme, d'un produit, d'une composée de fonctions, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
   — **Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.**
   — Lemme de Rolle
   — **Théorème des accroissements finis.**
   — Fonctions lipchitziennes : définition, caractérisation par la dérivée dans le cas de fonctions dérivables sur un intervalle.
   — Théorème de la limite de la dérivée.