Programme des colles du 05/02 au 09/02

1. Limites de fonctions.
   — Voisinage d'un point $l \in \mathbb{R}$ ($[l-\epsilon, l+\epsilon]$ où $\epsilon > 0$), de $+\infty$ ($[m, +\infty[$ où $m \in \mathbb{R}$), de $-\infty$ ($]-\infty, m]$ où $m \in \mathbb{R}$)
   — Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.
   — Unicité de la limite.
   — Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
   — Composition fonction-suite.
   — Caractérisation séquentielle de la limite.
   — Limites et opérations $+$, $\times$, $/$: les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.
   — Composée de fonctions et limites.
   — Limites par encadrement.
   — Stabilité des inégalités larges à la limite.
   — Théorème de la limite monotone.
   — Fonction continue en un point, fonction continue.
   — Fonctions continues et opérations.
   — Théorème des valeurs intermédiaires : savoir donner dans les grandes lignes la preuve par dichotomie.
   — Caractérisation des intervalles : ce sont les convexes de $\mathbb{R}$.
   — Image d'un intervalle par une fonction continue.
   — Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.
   — Extension aux fonctions à valeurs complexes.
2. Dérivation des fonctions
   — Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
   — Equivalence entre la dérivabilité d'une fonction en un point a et l'existence d'un développement limité à l'ordre 1 pour cette fonction en le point a.
   — Exemples de fonctions continues non dérivables en 0 : $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto |x|$.
   — Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
   — Dérivée d'une somme, d'un produit, d'une composée de fonctions, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
   — **Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.**
   — Lemme de Rolle
   — **Théorème des accroissements finis.**
   — Fonctions lipchitziennes : définition, caractérisation par la dérivée dans le cas de fonctions dérivables sur un intervalle.
   — Théorème de la limite de la dérivée.
   — Dérivées d'ordre supérieur : classes $\mathcal{C}^n(I)$ où $I \subset R$.
   — Dérivée $n-ime$ d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).
   — Composées de fonctions de classe $\mathcal{C}^n(I)$.
   — Réciproque d'une bijection de classe $\mathcal{C}^n(I)$.
   — Extension aux fonctions à valeurs complexes : pas de Rolle ou théorème des accroissements finis, mais l'inégalité des accroissements finis qui caractérise les fonctions K-lipchitziennes sur un intervalle : ce sont celles dont le module de la dérivée est majoré par K.
3. Matrices et systèmes linéaires
   — Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$.
   — Opérations sur les matrices : combinaison linéaire, multiplication matricielle.
   — **Propriétés des opérations matricielles : savoir prouver l'associativité du produit matriciel.**
   — Transposée d ?une matrice. Notation A^T.
   — Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit.
   — Opérations élémentaires et matrices : matrices de transvection, de transposition et de dilatation, interprétation des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice au moyen des matrices élémentaires.