

---

## Programme des colles du 26/02 au 01/03

---

1. Limites de fonctions.
  - Limites par encadrement.
  - Stabilité des inégalités larges à la limite.
  - Théorème de la limite monotone.
  - Fonction continue en un point, fonction continue.
  - Fonctions continues et opérations.
  - Théorème des valeurs intermédiaires : savoir donner dans les grandes lignes la preuve par dichotomie.
  - Caractérisation des intervalles : ce sont les convexes de  $\mathbb{R}$ .
  - Image d'un intervalle par une fonction continue.
  - Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.
  - Extension aux fonctions à valeurs complexes.
2. Dérivation des fonctions
  - Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
  - Equivalence entre la dérivabilité d'une fonction en un point  $a$  et l'existence d'un développement limité à l'ordre 1 pour cette fonction en le point  $a$ .
  - Exemples de fonctions continues non dérivables en 0 :  $x \mapsto \sqrt{x}$ ,  $x \mapsto |x|$ .
  - Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
  - Dérivée d'une somme, d'un produit, d'une composée de fonctions, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
  - Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.
  - Lemme de Rolle
  - Théorème des accroissements finis.
  - Fonctions lipchitziennes : définition, caractérisation par la dérivée dans le cas de fonctions dérivables sur un intervalle.
  - Théorème de la limite de la dérivée.
  - Dérivées d'ordre supérieur : classes  $\mathcal{C}^n(I)$  où  $I \subset \mathbb{R}$ .
  - Dérivée  $n$ -ième d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).
  - Composées de fonctions de classe  $\mathcal{C}^n(I)$ .
  - Réciproque d'une bijection de classe  $\mathcal{C}^n(I)$ .
  - Extension aux fonctions à valeurs complexes : pas de Rolle ou théorème des accroissements finis, mais l'inégalité des accroissements finis qui caractérise les fonctions  $K$ -lipchitziennes sur un intervalle : ce sont celles dont le module de la dérivée est majoré par  $K$ .
3. Matrices et systèmes linéaires
  - Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .
  - Opérations sur les matrices : combinaison linéaire, multiplication matricielle.
  - **Propriétés des opérations matricielles : savoir prouver l'associativité du produit matriciel.**
  - Transposée d'une matrice. Notation  $A^T$ .
  - Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit.
  - **Opérations élémentaires et matrices : matrices de transvection, de transposition et de dilatation, interprétation des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice au moyen des matrices élémentaires.**
  - Ecriture matricielle  $AX = B$  d'un système linéaire.
  - Puissances d'une matrice carrée.
  - Formule du binôme.
  - Matrices diagonales, triangulaires. Stabilité par les opérations.
  - Matrices carrées inversibles. Inverse.
  - Inverse d'un produit de matrices inversibles.
  - **Calcul de l'inverse d'une matrice carrée en faisant les mêmes opérations sur la matrice et sur une autre qui est au départ la matrice identité. Lien avec la résolution du système linéaire.**