
Devoir à la maison

Exercice 1. *Grilles de Fleissner*

Les grilles tournantes, mises au point par le colonel Fleissner, servirent pour une méthode de cryptographie qui fut utilisée par les allemands lors de la Première Guerre Mondiale. Une telle grille est constituée par un carré de côté 6. On divise ce carré en une grille de 36 petits carrés égaux (tous de côté 1), et on ôte 9 de ces carrés. La propriété suivante doit être vérifiée : les trous que l'on obtient avec la grille en position initiale, avec la grille tournée d'un quart de tour, d'un demi-tour ou de trois quart de tour ne se superposent jamais.

1. Combien peut-on fabriquer de telles grilles ?
2. Pour quelles valeurs de n peut-on fabriquer une grille de Fleissner de côté n ? Combien de telles grilles peut-on alors fabriquer ?

Exercice 2. *Dominos*

Un jeu de dominos est constitué de pièces rectangulaires : chaque domino est découpé en deux carrés dans chacun desquels on peut avoir entre 1 et 6 points noirs dessinés.

1. Combien y a-t-il de dominos différents possibles ?
2. On considère un jeu de dominos constitué de tous les dominos différents que l'on peut envisager. On tire deux dominos parmi le jeu (l'ordre de tirage ne compte pas).
Combien y a-t-il de tirages possibles. Combien de tirages y a-t-il où les deux dominos ont au moins un numéro en commun ?

Exercice 3. *Points du plan*

On considère n points dans le plan, on les relie deux à deux par des arêtes rouges ou bleues.

1. De combien de façons peut-on colorier les arêtes ?
2. Pour $n \geq 4$, montrer que de tout point sont issues au moins deux arêtes de la même couleur.
3. Question facultative : pour $n \geq 6$, montrer que l'on peut trouver un triangle unicolore.