
Programme des colles du 03/06 au 07/06

1. Dénombrement

- p -uplets et cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini.
- Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.
- Nombre d'arrangements (ou p -uplets d'éléments distincts) d'un ensemble fini, nombre d'applications injectives entre ensembles finis.
- Nombre de parties à p éléments (ou p -combinaisons) d'un ensemble de cardinal n .
- Justifications combinatoires de la formule de Pascal et du binôme de Newton.

2. Probabilités

- Système complet d'événements.
- Probabilités conditionnelles : L'application P_B définit une probabilité sur Ω , Formule des probabilités composées, Formule des probabilités totales
- Formules de Bayes
- **Couple d'événements indépendants : savoir prouver que si A et B sont indépendants, A et \bar{B} aussi.**
- Famille finie d'événements indépendants.
- Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers à valeurs dans un ensemble E . Lorsque $E = \mathbb{R}$, la variable aléatoire est dite réelle.
- Loi de la variable aléatoire X .
- Image d'une variable aléatoire par une fonction.
- Loi de Bernoulli de paramètre p dans $[0, 1]$.
- Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$.
- Indépendance de variables aléatoires, lemme des coalitions.
- Espérance d'une variable aléatoire X , calculée à l'aide de la loi de X ou à partir d'une somme sur Ω .
- Propriétés de l'espérance : linéarité, positivité, croissance, $|E(X)| \leq E(|X|)$.
- **Formule $E(XY) = E(X)E(Y)$ si X et Y sont indépendantes : preuve à savoir restituer précisément.**
- Espérance d'une variable aléatoire constante, suivant la loi de Bernoulli, binomiale.
- Variance et écart type d'une variable aléatoire réelle.
- Relation $V(aX + b) = a^2V(X)$.
- Relation $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$.
- **Variance d'une variable de Bernoulli, d'une variable binomiale.**
- Covariance de deux variables aléatoires. Deux variables aléatoires dont la covariance est nulle sont dites décorrélées.
- Relation $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$, cas de deux variables indépendantes.
- Variance d'une somme, cas de variables décorrélées. On retrouve la variance d'une variable binomiale.
- Inégalité de Markov.
- Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

3. Déterminants.

- Etant donnée une base $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ du \mathbb{K} -e.v. E , il existe une unique application $f : E^n \rightarrow \mathbb{K}$, notée \det_e vérifiant que f est n -linéaire, f est alternée et $f(e_1, e_2, \dots, e_n) = 1$.
- Si $f : E \rightarrow \mathbb{K}$ est linéaire par rapport à chaque variable, alternée, alors elle est un multiple de \det_e .
- En dimension 2 et 3, expression du déterminant dans une base en fonction des coordonnées.
- Comparaison, si e et e' sont deux bases, de \det_e et $\det_{e'}$.
- Caractérisation des bases à l'aide du déterminant.
- Déterminant d'un endomorphisme.
- Déterminant d'une composée, caractérisation des automorphismes.
- Déterminant de matrice.
- Déterminant d'un produit, caractérisation des matrices inversibles et déterminant de l'inverse.
- Déterminant d'une transposée.
- Effet des opérations sur les lignes ou colonnes.
- Calcul du déterminant d'une matrice triangulaire.
- Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.