

Devoir à la maison

Exercice 1. *Etudes de fonctions*

1. Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 12x + 27}{x^2 - 4x + 5}$$

Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f , les limites de f aux bords de D_f , réaliser un tableau de variations.

2. Démontrer que, pour tout $x \geq 0$, on a

$$x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x.$$

Exercice 2. *Equations*

1. Equations et détermination des cosinus et sinus d'un angle.

- (a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos(4t) = 0$ d'inconnue t .
 (b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $8x^4 - 8x^2 + 1 = 0$.
 (c) En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

2. Equations trigonométriques.

Résoudre les équations suivantes d'inconnue $x \in \mathbb{R}$:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{1}$$

$$\cos(5x) = \cos\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) \tag{2}$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + \cos(2x) = 0 \tag{3}$$

Exercice 3. *Fonctions trigonométriques réciproques*

1. On note g la fonction définie par :

$$g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g : x \mapsto \operatorname{Arccos}x + \operatorname{Arcsin}x.$$

Etudier rapidement la fonction g et en déduire une transformation géométrique qui lie la courbe de Arcsin et celle de Arccos .

2. On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \operatorname{Arcsin}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right).$$

- (a) Montrer que f est définie sur \mathbb{R} , que f est dérivable sur $] -1, 1[$, calculer sa dérivée $f'(x)$ pour $x \in] -1, 1[$.
 (b) Démontrer que :

$$\forall x \in] -1, 1[, f(x) = 2\operatorname{Arctan}x.$$