

---

## Programme des colles du 30/09 au 04/10

---

1. Rappels et compléments d'analyse.
  - Fonction partie entière.
  - Fonctions associées, pour  $a \in \mathbb{R}$ , savoir comment déduire du graphe  $C_f$  de  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , celui  $C_g$  de :
  - Fonctions paires, impaires, périodiques définies sur  $\mathbb{R}$ .
  - Dérivation
  - Définition de la dérivée d'une fonction en un point, tangente à la courbe : savoir refaire le schéma explicatif
  - Dérivation d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'une composée, de l'inverse et d'un quotient de fonctions dérivables.
  - Limites : cas d'une fonction rationnelle en  $+\infty$  ou  $-\infty$ .
  - Méthode de la quantité conjuguée pour lever certaines indéterminations de limites.
  - Bijections : définition d'une bijection, et de la bijection réciproque.
  - **Dérivabilité de la bijection réciproque  $f^{-1}$  en le point  $x \in J$  dans le cas où  $f : I \rightarrow J$  est une bijection dérivable en le point  $f^{-1}(x)$ .  $f^{-1}$  est dérivable en  $x$  si et seulement si  $f'(f^{-1}(x)) \neq 0$ . Si c'est le cas, on a alors :**

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$

**Représenter une fonction bijective et sa réciproque pour illustrer tout ceci à l'aide de la symétrie par rapport à la droite  $y = x$  en précisant le lien entre dérivée en un point et tangente en un point, ainsi que le lien entre le coefficient directeur d'une droite donnée et de sa symétrique par rapport à  $y = x$**

2. Fonctions usuelles
  - Logarithme défini comme la primitive de l'inverse sur  $\mathbb{R}_+^*$  qui s'annule en 1.
  - **Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit, de l'inverse, d'un quotient à connaître et savoir démontrer.**
  - Exponentielle.
  - Fonctions du type  $f_a : x \mapsto x^a$  définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  :
    - Si  $a > 0$ , fonctions qui se prolongent par continuité en 0 par  $f_a(0) = 0$ , croissantes. Elles sont dérivables sur  $\mathbb{R}_+^*$ ,  $f'_a = a f_{a-1}$ .
    - Si  $a < 0$ , elles sont décroissantes et dérivables sur  $\mathbb{R}_+^*$ , avec une limite infinie en 0.
  - Règles de calcul avec les puissances. Si les expressions ont un sens, on a pour  $x, y, a$  et  $b$  réels :
    - (a)  $x^a \times x^b = x^{a+b}$
    - (b)  $x^a \times y^a = (xy)^a$
    - (c)  $(x^a)^b = x^{ab}$
    - (d)  $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
    - (e)  $\ln(x^a) = a \ln(x)$
  - Trigonométrie :
    - Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus
    - Angles associés :  $x, \frac{\pi}{2} - x, \pi + x$
    - Fonction tangente : définition, imparité,  $\pi$ -périodicité, représentation graphique
    - Formules  $\cos(a+b), \cos(a-b), \sin(a+b), \sin(a-b)$
    - Trois formules pour  $\cos(2a)$ , une formule pour  $\sin(2a)$
    - Formules de linéarisation de  $\cos(a)\cos(b), \sin(a)\sin(b), \sin(a)\cos(b)$ .
  - Fonctions trigonométriques réciproques
    - **Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.**
    - Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
    - Définition de la fonction arctan, représentation graphique et étude de la dérivabilité.