Programme des colles du 07/10 au 11/10

1. Rappels et compléments d'analyse.
   — Dérivabilité de la bijection réciproque f^{-1} en le point $x \in J$ dans le cas où $f : I \to J$ est une bijection dérivable en le point $f^{-1}(x)$. f^{-1} est dérivable en x si et seulement si $f'(f^{-1}(x)) \neq 0$. Si c'est le cas, on a alors :
   $$\left(f^{-1}\right)'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$
2. Fonctions usuelles
   — Logarithme défini comme la primitive de l'inverse sur $\mathbb{R}_+^*$ qui s'annule en 1.
   — Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit, de l'inverse, d'un quotient.
   — Exponentielle.
   — Fonctions du type $f_a : x \mapsto x^a$ définies sur $\mathbb{R}_+^*$:
      — Si $a > 0$, fonctions qui se prolongent par continuité en 0 par $f_a(0) = 0$, croissantes. Elles sont dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, $f_a' = af_{a-1}$.
      — Si $a < 0$, elles sont décroissantes et dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, avec une limite infinie en 0.
   — Règles de calcul avec les puissances. Si les expressions ont un sens, on a pour x, y, a et b réels :
      (a) $x^a \times x^b = x^{a+b}$
      (b) $x^a \times y^a = (xy)^a$
      (c) $(x^a)^b = x^{ab}$
      (d) $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
      (e) $\ln(x^a) = a\ln(x)$
   — Trigonométrie :
      — Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus
      — Angles associés : x, $\frac{\pi}{2} - x$, $\pi + x$
      — Congruences et résolution d'équations du type $\cos x = \cos y$ ou $\sin x = \sin y$.
      — Fonction tangente : définition, imparité, π-périodicité, représentation graphique
      — Formules $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$
      — Trois formules pour $\cos(2a)$, une formule pour $\sin(2a)$
      — Formules de linéarisation de $\cos(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$, $\sin(a)\cos(b)$.
   — Fonctions trigonométriques réciproques
      — **Définition de la fonction** arcsin**, représentation graphique et étude de la dérivabilité.**
      — Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
      — **Définition de la fonction** arctan**, représentation graphique et étude de la dérivabilité.**
3. Complexes
   — Définition, addition et multiplication.
   — Formule $(z-1)(1+z+z^2+\cdots+z^{n-1}) = z^n - 1$
   — Formule $(z-w)(z^{n-1}+z^{n-2}w+z^{n-3}w^2+\cdots+zw^{n-2}+w^{n-1}) = z^n - w^n$
   — Triangle de Pascal et développement de $(z+w)^k$ pour k allant de 1 à 5
   — Inverse d'un complexe non nul.
   — Conjugaison et propriétés, interprétation géométrique.
   — Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
   — **Inégalité triangulaire : savoir prouver que pour tous** $z, w \in \mathbb{C}$, $|z+w| \leq |z| + |w|$. **Le cas d'égalité est aussi à connaître**
   — Pour $z, w \in \mathbb{C}$, $\big||z| - |w|\big| \leq |z+w|$.
   — Généralisation à n complexes z_1, z_2,$\cdots$, z_n et cas d'égalité :
   $$\left|\sum_{k=1}^{n} z_k\right| \leq \sum_{k=1}^{n} |z_k|$$