Programme des colles du 04/11 au 08/11

1. Fonctions trigonométriques réciproques
   - Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
   - Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
   - Définition de la fonction arctan, représentation graphique et étude de la dérivabilité.

2. Complexes
   - Définition, addition et multiplication.
   - Formule $(z-1)(1+z+z^2+\cdots+z^{n-1})=z^n-1$
   - Formule $(z-w)(z^{n-1}+z^{n-2}w+z^{n-3}w^2+\cdots+zw^{n-2}+w^{n-1})=z^n-w^n$
   - Triangle de Pascal et développement de $(z+w)^k$ pour k allant de 1 à 5
   - Inverse d'un complexe non nul.
   - Conjugaison et propriétés, interprétation géométrique.
   - Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
   - Inégalité triangulaire
   - Pour $z, w \in \mathbb{C}$, $\big||z|-|w|\big| \leq |z+w|$.
   - Généralisation à n complexes z_1, $z_2, \cdots$, z_n et cas d'égalité :

$$\left|\sum_{k=1}^{n} z_k\right| \leq \sum_{k=1}^{n} |z_k|$$

   - Applications à la trigonométrie
     - Factorisations : angle moitié pour $1 \pm e^{i\theta}$, angle moyen pour $e^{ip} \pm e^{iq}$ et formules pour $\cos p \pm \cos q$, $\sin p \pm \sin q$.
     - Formules d'Euler, linéarisation, triangle de Pascal pour le développement de $(a+b)^n$.
     - Formule de Moivre.
     - **Sommes trigonométriques à savoir calculer pour $x \neq 0[2\pi]$:**

$$C_n = 1+\cos x+\cos(2x)+\cdots+\cos(nx),$$

$$S_n = \sin x+\sin(2x)+\cdots+\sin(nx).$$

   - Représentation trigonométrique et argument d'un complexe non nul.
   - Argument d'un produit, d'un quotient.
   - Transformation d'une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ du type $f : x \mapsto a\cos(x)+b\sin(x)$ en $f : x \mapsto A\cos(x-\phi)$
   - Factorisation par $(z-\alpha)$ d'une expression polynomiale en z qui s'annule pour $z=\alpha$.
   - Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
   - Equation du second degré dans $\mathbb{C}$, somme et produit des racines et cas des coefficients réels.
   - **Racines n-ièmes de l'unité : savoir parfaitement la propriété et représenter par un schéma la disposition des racines n-ièmes de l'unité dans le plan complexe :**

$$\mathbb{U}_n = \left\{e^{\frac{2ik\pi}{n}} | k \in [\![0, n-1]\!]\right\}$$

     NB : il n'est pas obligatoire de connaître la preuve de cette propriété, mais si un étudiant souhaite l'expliquer, cela sera valorisé.
   - Caractérisation des racines n-ièmes de l'unité autres que 1 par $1+z+\cdots+z^{n-1}=0$
   - Fonction exponentielle de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$, propriété relativement à l'image d'une somme.
   - **Propriété concernant l'égalité d'exponentielles :**

$$\forall z,\, w \in \mathbb{C},\; e^z = e^w \;\Leftrightarrow z-w \in\, 2i\pi\mathbb{Z},$$

   - Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.
   - Transformations géométriques du plan complexe : translations, homothéties et rotations.
   - Primitives de $f(x)=\cos(bx)e^{ax}$ ou $g(x)=\sin(bx)e^{ax}$.