Programme des colles du 12/11 au 15/11

1. Complexes
   - Formule $(z-1)(1+z+z^2+\cdots+z^{n-1})=z^n-1$
   - Formule $(z-w)(z^{n-1}+z^{n-2}w+z^{n-3}w^2+\cdots+zw^{n-2}+w^{n-1})=z^n-w^n$
   - Triangle de Pascal et développement de $(z+w)^k$ pour k allant de 1 à 5
   - Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
   - Inégalité triangulaire
   - Généralisation à n complexes z_1, z_2,$\cdots$, z_n et cas d'égalité : $\left|\sum_{k=1}^{n} z_k\right| \leq \sum_{k=1}^{n} |z_k|$
   - Applications à la trigonométrie
     - Factorisations : angle moitié pour $1\pm e^{i\theta}$, angle moyen pour $e^{ip}\pm e^{iq}$ et formules pour $\cos p\pm\cos q$, $\sin p\pm\sin q$.
     - Formules d'Euler, linéarisation, triangle de Pascal pour le développement de $(a+b)^n$.
     - Formule de Moivre.
     - Sommes trigonométriques
   - Représentation trigonométrique et argument d'un complexe non nul.
   - Argument d'un produit, d'un quotient.
   - Transformation d'une fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ du type $f:x\mapsto a\cos(x)+b\sin(x)$ en $f:x\mapsto A\cos(x-\phi)$
   - Factorisation par $(z-\alpha)$ d'une expression polynomiale en z qui s'annule pour $z=\alpha$.
   - Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
   - Equation du second degré dans $\mathbb{C}$, somme et produit des racines et cas des coefficients réels.
   - Racines n-ièmes de l'unité :
   $$\mathbb{U}_n=\left\{e^{\frac{2ik\pi}{n}} | k\in[\![0,n-1]\!]\right\}$$
   NB : il n'est pas obligatoire de connaître la preuve de cette propriété, mais si un étudiant souhaite l'expliquer, cela sera valorisé.
   - Caractérisation des racines n-ièmes de l'unité autres que 1 par $1+z+\cdots+z^{n-1}=0$
   - Fonction exponentielle de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$, propriété relativement à l'image d'une somme.
   - **Propriété concernant l'égalité d'exponentielles :**
   $$\forall z,\, w\in\mathbb{C},\ e^z=e^w \ \Leftrightarrow z-w\in\ 2i\pi\mathbb{Z},$$
   - Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.
   - Transformations géométriques du plan complexe : translations, homothéties et rotations.
   - Primitives de $f(x)=\cos(bx)e^{ax}$ ou $g(x)=\sin(bx)e^{ax}$.
2. Primitives et intégrales
   - Définition de l'intégrale d'une fonction continue à l'aide des primitives.
   - Primitives de $\frac{1}{P}$ où P est une fonction polynômiale réelle du second degré.
   - Formule d'intégration par parties pour u et v de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a,b]$:
   $$\int_a^b uv'=[uv]_a^b-\int_a^b u'v.$$
   Savoir trouver la relation de récurrence qui lie I_n à I_{n+2} pour les intégrales de Wallis
   $$I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^n(t)\ \mathrm{d}t$$
   - Formule de changement de variable pour $f:I\to\mathbb{R}$ continue et $\phi\ :[a,b]\to I$ de classe $\mathcal{C}^1$:
   $$\int_a^b f(\phi(t))\phi'(t)\ \mathrm{d}t=\int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x)\ \mathrm{d}x.$$
   Savoir faire intégralement l'exemple du cours :
   $$\int_0^1\sqrt{1-x^2}\ \mathrm{d}x$$
   - Propriétés : linéarité, croissance, Chasles