
Programme des colles du 18/11 au 22/11

1. Complexes

- Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
- Inégalité triangulaire
- Applications à la trigonométrie
 - Factorisations : angle moitié pour $1 \pm e^{i\theta}$, angle moyen pour $e^{ip} \pm e^{iq}$ et formules pour $\cos p \pm \cos q$, $\sin p \pm \sin q$.
 - Formules d'Euler, linéarisation, triangle de Pascal pour le développement de $(a + b)^n$.
 - Formule de Moivre.
 - Sommes trigonométriques
- Représentation trigonométrique et argument d'un complexe non nul.
- Argument d'un produit, d'un quotient.
- Transformation d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ du type $f : x \mapsto a \cos(x) + b \sin(x)$ en $f : x \mapsto A \cos(x - \phi)$
- Factorisation par $(z - \alpha)$ d'une expression polynomiale en z qui s'annule pour $z = \alpha$.
- Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
- Equation du second degré dans \mathbb{C} , somme et produit des racines et cas des coefficients réels.
- Racines n -ièmes de l'unité :
$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \right\}$$
- Caractérisation des racines n -ièmes de l'unité autres que 1 par $1 + z + \dots + z^{n-1} = 0$
- Fonction exponentielle de \mathbb{C} dans \mathbb{C} , propriété relativement à l'image d'une somme.
- Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.
- Transformations géométriques du plan complexe : translations, homothéties et rotations.
- Primitives de $f(x) = \cos(bx)e^{ax}$ ou $g(x) = \sin(bx)e^{ax}$.

2. Primitives et intégrales

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue à l'aide des primitives.
- Primitives de $\frac{1}{P}$ où P est une fonction polynomiale réelle du second degré.
- Formule d'intégration par parties.

Savoir trouver la relation de récurrence qui lie I_n à I_{n+2} pour les intégrales de Wallis

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n(t) dt$$

- Formule de changement de variable pour $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue et $\phi : [a, b] \rightarrow I$ de classe \mathcal{C}^1 :

$$\int_a^b f(\phi(t))\phi'(t) dt = \int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) dx.$$

Savoir faire intégralement l'exemple du cours :

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

- Propriétés : linéarité, croissance, Chasles

3. Equations différentielles

— Ordre 1

- **Résolution de l'équation homogène d'ordre 1, $y' + a(x)y = 0$, où $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue sur l'intervalle I : connaître précisément la propriété qui décrit l'ensemble des solutions à l'aide d'une primitive A de a et savoir la prouver.**
- Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
- **Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.**
- Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

— Ordre 2

- Equation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants et réels.
- Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.
- Description des solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière de l'équation.