
Programme des colles du 02/12 au 06/12

1. Complexes

— Racines n -ièmes de l'unité :

$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \right\}$$

- Caractérisation des racines n -ièmes de l'unité autres que 1 par $1 + z + \dots + z^{n-1} = 0$
- Fonction exponentielle de \mathbb{C} dans \mathbb{C} , propriété relativement à l'image d'une somme.
- Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.
- Transformations géométriques du plan complexe : translations, homothéties et rotations.
- Primitives de $f(x) = \cos(bx)e^{ax}$ ou $g(x) = \sin(bx)e^{ax}$.

2. Primitives et intégrales

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue à l'aide des primitives.
- Primitives de $\frac{1}{P}$ où P est une fonction polynômiale réelle du second degré.
- Formule d'intégration par parties.
- Formule de changement de variable pour $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue et $\phi : [a, b] \rightarrow I$ de classe \mathcal{C}^1 :

$$\int_a^b f(\phi(t))\phi'(t) dt = \int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) dx.$$

— Propriétés : linéarité, croissance, Chasles

3. Equations différentielles

— Ordre 1

- Résolution de l'équation homogène d'ordre 1, $y' + a(x)y = 0$, où $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue sur l'intervalle I .
- Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
- Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.
- Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
- Ordre 2 : équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(x)$
 - Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.
 - Description des solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière de l'équation.
 - Solution particulière dans le cas d'un second membre exponentiel ou trigonométrique.

4. Logique et raisonnement

- Définition d'une proposition logique : énoncé qui est soit vrai, soit faux.
- Quantificateurs et prédicats.
- Connecteurs logiques : et, ou, \Rightarrow , \Leftrightarrow .
- Négation d'assertions avec des quantificateurs, "et", "ou", \Rightarrow .
- **Raisonnement par contraposée : pour $n \in \mathbb{N}$, on a n^2 pair $\Rightarrow n$ pair puis par l'absurde : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.**
- **Raisonnement par analyse-synthèse : toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s'écrit d'une seule manière comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.**
- Récurrences.
- **Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles, savoir prouver que :**

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$