

---

**Programme des colles du 09/12 au 13/12**

---

## 1. Equations différentielles

— Ordre 1

— Résolution de l'équation homogène d'ordre 1,  $y' + a(x)y = 0$ , où  $a : I \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction continue sur l'intervalle  $I$ .

— Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.

— Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.

— Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

— Ordre 2 : équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants  $y'' + ay' + by = f(x)$ 

— Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.

— Description des solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière de l'équation.

— Solution particulière dans le cas d'un second membre exponentiel ou trigonométrique.

## 2. Logique et raisonnement

— Définition d'une proposition logique : énoncé qui est soit vrai, soit faux.

— Quantificateurs et prédicats.

— Connecteurs logiques : et, ou,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ .— Négation d'assertions avec des quantificateurs, "et", "ou",  $\Rightarrow$ .— Raisonnement par contraposée : pour  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $n^2$  pair  $\Rightarrow n$  pair puis par l'absurde :  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .— **Raisonnement par analyse-synthèse : toute fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s'écrit d'une seule manière comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.**

— Récurrences.

— Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles, savoir prouver que :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

— Fonctions injectives, surjectives, bijectives.

— **Une composée d'injections est injective, une composée de surjections est surjective.**3. Sommes et produits avec notations  $\Sigma$  et  $\Pi$ — Symbole  $\sum_{k=m}^n a_k$  où  $m$  et  $n$  sont deux entiers relatifs tels que  $m \leq n$ , convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme :  $n - m + 1$ .

— Linéarité de la somme.

— Sommes télescopiques.

— Sommes géométriques

— Factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$ .

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2} ; \quad \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} ; \quad \sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

— **Sommes doubles  $\sum_{m \leq i, j \leq n} a_{i,j}$ ,  $\sum_{m \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$  ou  $\sum_{m \leq i < j \leq n} a_{i,j}$  à savoir écrire comme deux sommes imbriquées et calculer sur des exemples.**— Changement d'indice dans une somme :  $j = \alpha + k$  ou  $j = \alpha - k$  ( $\alpha \in \mathbb{Z}$ ).