
Programme des colles du 09/12 au 13/12

1. Equations différentielles

— Ordre 1

— Résolution de l'équation homogène d'ordre 1, $y' + a(x)y = 0$, où $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue sur l'intervalle I .

— Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.

— Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.

— Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

— Ordre 2 : équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(x)$

— Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.

— Description des solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière de l'équation.

— Solution particulière dans le cas d'un second membre exponentiel ou trigonométrique.

2. Logique et raisonnement

— Définition d'une proposition logique : énoncé qui est soit vrai, soit faux.

— Quantificateurs et prédicats.

— Connecteurs logiques : et, ou, \Rightarrow , \Leftrightarrow .

— Négation d'assertions avec des quantificateurs, "et", "ou", \Rightarrow .

— Raisonnement par contraposée : pour $n \in \mathbb{N}$, on a n^2 pair $\Rightarrow n$ pair puis par l'absurde : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

— **Raisonnement par analyse-synthèse : toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s'écrit d'une seule manière comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.**

— Récurrences.

— Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles, savoir prouver que :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

— Fonctions injectives, surjectives, bijectives.

— **Une composée d'injections est injective, une composée de surjections est surjective.**

3. Sommes et produits avec notations Σ et Π

— Symbole $\sum_{k=m}^n a_k$ où m et n sont deux entiers relatifs tels que $m \leq n$, convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme : $n - m + 1$.

— Linéarité de la somme.

— Sommes télescopiques.

— Sommes géométriques

— Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2} ; \quad \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} ; \quad \sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

— **Sommes doubles $\sum_{m \leq i, j \leq n} a_{i,j}$, $\sum_{m \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$ ou $\sum_{m \leq i < j \leq n} a_{i,j}$ à savoir écrire comme deux sommes imbriquées et calculer sur des exemples.**

— Changement d'indice dans une somme : $j = \alpha + k$ ou $j = \alpha - k$ ($\alpha \in \mathbb{Z}$).