
Programme des colles du 16/12 au 20/12

1. Logique et raisonnement

- Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles, savoir prouver que :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

- Fonctions injectives, surjectives, bijectives.
- **Une composée d'injections est injective, une composée de surjections est surjective.**

2. Sommes et produits avec notations Σ et Π

- Symbole $\sum_{k=m}^n a_k$ où m et n sont deux entiers relatifs tels que $m \leq n$, convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme : $n - m + 1$.

- Linéarité de la somme.

- Sommes télescopiques.

- Sommes géométriques

- Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2} ; \quad \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} ; \quad \sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

- **Sommes doubles** $\sum_{m \leq i, j \leq n} a_{i,j}$, $\sum_{m \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$ ou $\sum_{m \leq i < j \leq n} a_{i,j}$ à savoir écrire comme deux sommes imbriquées et calculer sur des exemples.

- Changement d'indice dans une somme : $j = \alpha + k$ ou $j = \alpha - k$ ($\alpha \in \mathbb{Z}$).

- Coefficients binomiaux, formules :

$$(i) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$(ii) \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$(iii) k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$

NB : ces formules sont valables pour toutes valeurs entière relative de k et entière naturelle de n avec la convention que $\binom{n}{k} = 0$ lorsque l'inégalité $0 \leq k \leq n$ n'est pas respectée.

- Formule du binôme de Newton.

3. Suites

- **Limites finies de suites : connaître les deux définitions possibles et la preuve de l'unicité.**

- Limites $+\infty$ et $-\infty$.

- **Limite d'une somme de deux suites convergentes.**

- Limite du produit de suites convergentes.

- Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.

- Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

- Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.

- Théorème de convergence par encadrement.