
Programme des colles du 06/01 au 10/01

1. Sommes et produits avec notations Σ et Π

- Symbole $\sum_{k=m}^n a_k$ où m et n sont deux entiers relatifs tels que $m \leq n$, convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme : $n - m + 1$.
- Linéarité de la somme.
- Sommes télescopiques.
- Sommes géométriques
- Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
- $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$; $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$; $\sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
- Sommes doubles $\sum_{m \leq i, j \leq n} a_{i,j}$, $\sum_{m \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$ ou $\sum_{m \leq i < j \leq n} a_{i,j}$ à savoir écrire comme deux sommes imbriquées.
- Changement d'indice dans une somme : $j = \alpha + k$ ou $j = \alpha - k$ ($\alpha \in \mathbb{Z}$).
- Coefficients binomiaux, formules :

$$(i) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$(ii) \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$(iii) k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$

NB : ces formules sont valables pour toutes valeurs entière relative de k et entière naturelle de n avec la convention que $\binom{n}{k} = 0$ lorsque l'inégalité $0 \leq k \leq n$ n'est pas respectée.

- Formule du binôme de Newton.

2. Suites

- **Limites finies de suites : connaître les deux définitions possibles et la preuve de l'unicité.**
- Limites $+\infty$ et $-\infty$.
- **Limite d'une somme de deux suites convergentes.**
- Limite du produit de suites convergentes.
- Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.
- Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.
- Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.
- Théorème de convergence par encadrement.
- **Théorème de la limite monotone.**
- Suites extraites d'une suite.
- Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
- Si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont la même limite, la suite (u_n) a aussi cette limite.
- Suites à valeurs complexes.
- Suites $u_{n+1} = f(u_n)$: toujours représenter la fonction f pour étudier.