

---

**Programme des colles du 13/01 au 17/01**

---

1. Sommes et produits avec notations  $\Sigma$  et  $\Pi$ 

— Coefficients binomiaux, formules :

$$(i) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$(ii) \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$(iii) k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$

NB : ces formules sont valables pour toutes valeurs entière relative de  $k$  et entière naturelle de  $n$  avec la convention que  $\binom{n}{k} = 0$  lorsque l'inégalité  $0 \leq k \leq n$  n'est pas respectée.

— Formule du binôme de Newton.

## 2. Suites

— Limites finies de suites

— Limites  $+\infty$  et  $-\infty$ 

— Limite d'une somme de deux suites convergentes.

— Limite du produit de suites convergentes.

— Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers  $+\infty$  ou  $-\infty$ .

— Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

— Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.

— Théorème de convergence par encadrement.

— **Théorème de la limite monotone.**

— Suites extraites d'une suite.

— Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.

— Si les suites  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  ont la même limite, la suite  $(u_n)$  a aussi cette limite.

— Suites à valeurs complexes.

— Suites  $u_{n+1} = f(u_n)$  : toujours représenter la fonction  $f$  pour étudier.

## 3. Limites de fonctions.

— Voisinage d'un point  $l \in \mathbb{R}$  ( $[l - \epsilon, l + \epsilon]$  où  $\epsilon > 0$ ), de  $+\infty$  ( $[m, +\infty[$  où  $m \in \mathbb{R}$ ), de  $-\infty$  ( $] - \infty, m]$  où  $m \in \mathbb{R}$ )

— Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.

— Unicité de la limite.

— Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.

— Composition fonction-suite.

— Caractérisation séquentielle de la limite.

— **Savoir prouver que la fonction  $f : x \mapsto \cos\left(\frac{1}{x}\right)$  n'a pas de limite en 0.**— Limites et opérations  $+$ ,  $\times$ ,  $/$  : les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.

— Composée de fonctions et limites.

— Limites par encadrement.

— Stabilité des inégalités larges à la limite.

— Théorème de la limite monotone.

— Fonction continue en un point, fonction continue.

— Fonctions continues et opérations.

— **Théorème des valeurs intermédiaires : savoir donner dans les grandes lignes la preuve par dichotomie.**— Image d'un intervalle par une fonction continue. ( Rappel : les intervalles sont les parties  $C$  de  $\mathbb{R}$  telles que  $\forall a, b \in C, a < b \Rightarrow [a, b] \subset C$  )

— Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.