
Programme des colles du 20/01 au 24/01

1. Suites

- Limites finies de suites
- Limites $+\infty$ et $-\infty$
- Limite d'une somme de deux suites convergentes.
- Limite du produit de suites convergentes.
- Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.
- Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.
- Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.
- Théorème de convergence par encadrement.
- Théorème de la limite monotone.
- Suites extraites d'une suite.
- Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
- Si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont la même limite, la suite (u_n) a aussi cette limite.
- Suites à valeurs complexes.
- Suites $u_{n+1} = f(u_n)$: toujours représenter la fonction f pour étudier.

2. Limites de fonctions.

- Voisinage d'un point $l \in \mathbb{R}$ ($[l - \epsilon, l + \epsilon]$ où $\epsilon > 0$), de $+\infty$ ($[m, +\infty[$ où $m \in \mathbb{R}$), de $-\infty$ ($] - \infty, m]$ où $m \in \mathbb{R}$)
- Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.
- Unicité de la limite.
- Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
- Composition fonction-suite.
- Caractérisation séquentielle de la limite.
- **Savoir prouver que la fonction $f : x \mapsto \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ n'a pas de limite en 0.**
- Limites et opérations $+$, \times , $/$: les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.
- Composée de fonctions et limites.
- Limites par encadrement.
- Stabilité des inégalités larges à la limite.
- Théorème de la limite monotone.
- Fonction continue en un point, fonction continue.
- Fonctions continues et opérations.
- **Théorème des valeurs intermédiaires : savoir donner dans les grandes lignes la preuve par dichotomie.**
- Image d'un intervalle par une fonction continue. (Rappel : les intervalles sont les parties C de \mathbb{R} telles que $\forall a, b \in C, a < b \Rightarrow [a, b] \subset C$)
- Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

3. Dérivation des fonctions

- Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
- Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
- Dérivée d'une somme, d'un produit, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
- Equivalence entre la dérivabilité d'une fonction en un point a et l'existence d'un développement limité à l'ordre 1 pour cette fonction en le point a .
- Dérivée d'une bijection réciproque.
- Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.
- Lemme de Rolle
- **Théorème des accroissements finis.**