

Programme des colles du 27/01 au 31/01

1. Suites
 - Limites finies de suites
 - Limites $+\infty$ et $-\infty$
 - Limite d'une somme de deux suites convergentes.
 - Limite du produit de suites convergentes.
 - Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.
 - Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.
 - Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.
 - Théorème de convergence par encadrement.
 - Théorème de la limite monotone.
 - Suites extraites d'une suite.
 - Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
 - Si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont la même limite, la suite (u_n) a aussi cette limite.
 - Suites à valeurs complexes.
 - Suites $u_{n+1} = f(u_n)$: toujours représenter la fonction f pour étudier.
2. Limites de fonctions.
 - Voisinage d'un point $l \in \mathbb{R}$ ($[l - \epsilon, l + \epsilon]$ où $\epsilon > 0$), de $+\infty$ ($[m, +\infty[$ où $m \in \mathbb{R}$), de $-\infty$ ($] - \infty, m]$ où $m \in \mathbb{R}$)
 - Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.
 - Unicité de la limite.
 - Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
 - Composition fonction-suite.
 - Caractérisation séquentielle de la limite.
 - Limites et opérations $+$, $\times$, $/$: les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.
 - Composée de fonctions et limites.
 - Limites par encadrement.
 - Stabilité des inégalités larges à la limite.
 - Théorème de la limite monotone.
 - Fonction continue en un point, fonction continue.
 - Fonctions continues et opérations.
 - **Théorème des valeurs intermédiaires : savoir donner dans les grandes lignes la preuve par dichotomie.**
 - Image d'un intervalle par une fonction continue. (Rappel : les intervalles sont les parties C de $\mathbb{R}$ telles que $\forall a, b \in C, a < b \Rightarrow [a, b] \subset C$)
 - Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.
3. Dérivation des fonctions
 - Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
 - Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
 - Dérivée d'une somme, d'un produit, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
 - Equivalence entre la dérivabilité d'une fonction en un point a et l'existence d'un développement limité à l'ordre 1 pour cette fonction en le point a .
 - Dérivée d'une bijection réciproque.
 - Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.
 - **Lemme de Rolle**
 - **Théorème des accroissements finis.**
 - Fonctions lipchitziennes : définition, caractérisation par la dérivée dans le cas de fonctions dérivables sur un intervalle.
 - Théorème de la limite de la dérivée.
 - Dérivées d'ordre supérieur : classes $\mathcal{C}^n(I)$ où $I \subset \mathbb{R}$.
 - Dérivée n -ième d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).
 - Composées de fonctions de classe $\mathcal{C}^n(I)$.
 - Convexité sur un intervalle : définition, caractérisation pour les fonctions une ou deux fois dérivables.