

---

## Programme des colles du 03/02 au 07/02

---

1. Limites de fonctions.
  - Voisinage d'un point  $l \in \mathbb{R}$  ( $[l - \epsilon, l + \epsilon]$  où  $\epsilon > 0$ ), de  $+\infty$  ( $[m, +\infty[$  où  $m \in \mathbb{R}$ ), de  $-\infty$  ( $] - \infty, m]$  où  $m \in \mathbb{R}$ )
  - Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.
  - Unicité de la limite.
  - Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
  - Composition fonction-suite.
  - Caractérisation séquentielle de la limite.
  - Limites et opérations  $+$ ,  $\times$ ,  $/$  : les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.
  - Composée de fonctions et limites.
  - Limites par encadrement.
  - Stabilité des inégalités larges à la limite.
  - Théorème de la limite monotone.
  - Fonction continue en un point, fonction continue.
  - Fonctions continues et opérations.
  - Théorème des valeurs intermédiaires.
  - Image d'un intervalle par une fonction continue. ( Rappel : les intervalles sont les parties  $C$  de  $\mathbb{R}$  telles que  $\forall a, b \in C, a < b \Rightarrow [a, b] \subset C$  )
  - Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.
2. Dérivation des fonctions
  - Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
  - Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
  - Dérivée d'une somme, d'un produit, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
  - Equivalence entre la dérivabilité d'une fonction en un point  $a$  et l'existence d'un développement limité à l'ordre 1 pour cette fonction en le point  $a$ .
  - Dérivée d'une bijection réciproque.
  - Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.
  - **Lemme de Rolle**
  - Théorème des accroissements finis.
  - Fonctions lipchitziennes : définition, caractérisation par la dérivée dans le cas de fonctions dérivables sur un intervalle.
  - Théorème de la limite de la dérivée.
  - Dérivées d'ordre supérieur : classes  $\mathcal{C}^n(I)$  où  $I \subset \mathbb{R}$ .
  - Dérivée  $n$ -ième d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).
  - Composées de fonctions de classe  $\mathcal{C}^n(I)$ .
  - Convexité sur un intervalle : définition, caractérisation pour les fonctions une ou deux fois dérivables.
  - Extension aux fonctions à valeurs complexes : pas de Rolle ou théorème des accroissements finis, mais l'inégalité des accroissements finis qui caractérise les fonctions  $K$ -lipchitziennes sur un intervalle : ce sont celles dont le module de la dérivée est majoré par  $K$ .
3. Matrices et systèmes linéaires
  - Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .
  - Opérations sur les matrices : combinaison linéaire, multiplication matricielle.
  - **Propriétés des opérations matricielles : savoir prouver l'associativité du produit matriciel.**
  - Transposée d'une matrice. Notation  $A^T$ .
  - Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit.
  - **Opérations élémentaires et matrices : matrices de transvection, de transposition et de dilatation, interprétation des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice au moyen de ces matrices.**
  - Systèmes linéaires