
Programme des colles du 12/05 au 16/05

1. Matrices d'applications linéaires.
 - Matrice d'une application linéaire dans un couple de bases.
 - **Isomorphisme entre $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.**
 - Application au calcul de la dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.
 - Calcul des coordonnées de l'image d'un vecteur par une application linéaire avec la matrice de l'application.
 - Matrice d'une composée.
 - Lien entre isomorphismes et matrices inversibles
 - Application linéaire canoniquement associée à une matrice. Image, rang et noyau d'une matrice.
 - Théorème du rang pour une matrice.
 - Invariance du rang par les opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes, ainsi que par transposition.
 - Matrice de passage d'une base à une autre.
 - **Effet d'un changement de base sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.**
 - Matrices semblables.
 - Interprétation de l'ensemble des solutions d'un système homogène comme noyau d'une matrice. Rang d'un tel système, dimension de l'espace des solutions.
 - Le système $AX = B$ est compatible si et seulement si B appartient à l'image de A .
 - Si A est carrée et inversible, le système $AX = B$ possède une unique solution.
2. Arithmétique et dénombrement
 - Divisibilité dans \mathbb{Z} , propriétés
 - Division euclidienne de $a \in \mathbb{Z}$ par $b \in \mathbb{N}^*$: existence et unicité du quotient $q \in \mathbb{Z}$ et du reste $r \in \llbracket 0, b - 1 \rrbracket$ t.q. $a = bq + r$.
 - PGCD et PPCM, algorithme d'Euclide pour le PGCD
 - Nombres premiers, définition, crible d'Eratosthène.
 - Décomposition d'un entier $n \geq 2$ en produit de facteurs premiers, diviseurs d'un entier, expression du PGCD et du PPCM à l'aide de la décomposition des deux entiers, produit du PGCD et du PPCM.
 - Cardinal d'un ensemble fini. Notations $|A|$, $\text{Card}(A)$.
 - Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.
 - Si $f : E \rightarrow F$ est une application entre deux ensembles finis, on a :
 - si f bijective, $|E| = |F|$.
 - En cas d'égalité des cardinaux de E et F , équivalence entre injectivité et surjectivité.
 - p -uplets et cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini.
 - Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.
 - Nombre d'arrangements (ou p -uplets d'éléments distincts) d'un ensemble fini, nombre d'applications injectives entre ensembles finis, de permutations.
 - Nombre de parties à p éléments (ou p -combinaisons) d'un ensemble de cardinal n .
 - **Justifications combinatoires de la formule de Pascal et du binôme de Newton.**