Programme des colles du 02/06 au 06/06

1. Dénombrement

- Cardinal d'un ensemble fini. Notations $|A|$, $\text{Card}(A)$.
- Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.
- Si $f : E \rightarrow F$ est une application entre deux ensembles finis, on a :
 - si f bijective, $|E| = |F|$.
 - En cas d'égalité des cardinaux de E et F , équivalence entre injectivité et surjectivité.
- p -uplets et cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini.
- Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.
- Nombre d'arrangements (ou p -uplets d'éléments distincts) d'un ensemble fini, nombre d'applications injectives entre ensembles finis, de permutations.
- Nombre de parties à p éléments (ou p -combinaisons) d'un ensemble de cardinal n .
- Justifications combinatoires de la formule de Pascal et du binôme de Newton.

2. Probabilités

- Expérience aléatoire et univers
- Système complet d'événements.
- Définition d'une probabilité.
- Propriétés d'une probabilité : probabilité de la réunion de deux événements, probabilité d'une différence ou de l'événement contraire, croissance.
- Détermination d'une probabilité par les images des singletons, probabilité uniforme.
- Probabilités conditionnelles : L'application P_B définit une probabilité sur Ω , Formule des probabilités composées, Formule des probabilités totales
- **Formules de Bayes**
- **Couple d'événements indépendants : savoir prouver que si A et B sont indépendants, A et $\bar{B}$ aussi.**
- Famille finie d'événements indépendants.
- Famille finie d'événements indépendants.
- Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers à valeurs dans un ensemble E . Lorsque $E = \mathbb{R}$, la variable aléatoire est dite réelle.
- Loi de la variable aléatoire X .
- Image d'une variable aléatoire par une fonction.
- Loi de Bernoulli de paramètre p dans $[0, 1]$.
- Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$.
- Indépendance de variables aléatoires, lemme des coalitions.
- Espérance d'une variable aléatoire X , calculée à l'aide de la loi de X ou à partir d'une somme sur Ω .
- Propriétés de l'espérance : linéarité, positivité, croissance, $|E(X)| \leq E(|X|)$.
- Formule $E(XY) = E(X)E(Y)$ si X et Y sont indépendantes.
- Espérance d'une variable aléatoire constante, suivant la loi de Bernoulli, binomiale.
- Variance et écart type d'une variable aléatoire réelle.
- Relation $V(aX + b) = a^2V(X)$.
- Relation $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$.
- **Espérance et Variance d'une variable binomiale : savoir refaire les calculs avec la formule**
 $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$.
- Covariance de deux variables aléatoires. Deux variables aléatoires dont la covariance est nulle sont dites décorrélées.
- Relation $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$, cas de deux variables indépendantes.
- Variance d'une somme, cas de variables décorrélées. On retrouve la variance d'une variable binomiale.
- Inégalité de Markov.
- Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.