Programme des colles du 10/06 au 13/06

1. Probabilités
   - Expérience aléatoire et univers
   - Système complet d'événements.
   - Définition d'une probabilité.
   - Propriétés d'une probabilité : probabilité de la réunion de deux événements, probabilité d'une différence ou de l'événement contraire, croissance.
   - Détermination d'une probabilité par les images des singletons, probabilité uniforme.
   - Probabilités conditionnelles : L'application P_B définit une probabilité sur Ω, Formule des probabilités composées, Formule des probabilités totales
   - Formules de Bayes
   - **Couple d'événements indépendants : savoir prouver que si A et B sont indépendants, A et $\overline{B}$ aussi.**
   - Famille finie d'événements indépendants.
   - Famille finie d'événements indépendants.
   - Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers à valeurs dans un ensemble E. Lorsque $E = \mathbb{R}$, la variable aléatoire est dite réelle.
   - Loi de la variable aléatoire X.
   - Image d'une variable aléatoire par une fonction.
   - Loi de Bernoulli de paramètre p dans $[0, 1]$.
   - Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$.
   - Indépendance de variables aléatoires, lemme des coalitions.
   - Espérance d'une variable aléatoire X, calculée à l'aide de la loi de X ou à partir d'une somme sur Ω.
   - Propriétés de l'espérance : linéarité, positivité, croissance, $|E(X)| \leq E(|X|)$.
   - Formule $E(XY) = E(X)E(Y)$ si X et Y sont indépendantes.
   - Espérance d'une variable aléatoire constante, suivant la loi de Bernoulli, binomiale.
   - Variance et écart type d'une variable aléatoire réelle.
   - Relation $V(aX + b) = a^2V(X)$.
   - Relation $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$.
   - **Espérance et Variance d'une variable binomiale : savoir refaire les calculs avec la formule $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$.**
   - Covariance de deux variables aléatoires. Deux variables aléatoires dont la covariance est nulle sont dites décorrélées.
   - Relation $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$, cas de deux variables indépendantes.
   - Variance d'une somme, cas de variables décorrélées. On retrouve la variance d'une variable binomiale.
   - Inégalité de Markov.
   - Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
2. Déterminants.
   - Etant donnée une base $e = (e_1, e_2, \cdots, e_n)$ du $\mathbb{K}$-e.v. E, il existe une unique application $f : E^n \to \mathbb{K}$, notée $\det_e$ vérifiant que f est n-linéaire, f est alternée et $f(e_1, e_2, \cdots, e_n) = 1$.
   - Si $f : E \to \mathbb{K}$ est linéaire par rapport à chaque variable, alternée, alors elle est un multiple de $\det_e$.
   - En dimension 2 et 3, expression du déterminant dans une base en fonction des coordonnées.
   - Comparaison, si e et e' sont deux bases, de $\det_e$ et $\det_{e'}$.
   - Caractérisation des bases à l'aide du déterminant.
   - Déterminant d'un endomorphisme.
   - Déterminant d'une composée, caractérisation des automorphismes.
   - Déterminant de matrice.
   - Déterminant d'un produit, caractérisation des matrices inversibles et déterminant de l'inverse.
   - Déterminant d'une transposée.
   - Effet des opérations sur les lignes ou colonnes.
   - Calcul du déterminant d'une matrice triangulaire.
   - **Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.**