
Programme des colles du 06/10 au 10/10

1. Rappels et compléments d'analyse.

— Dérivation

- **Dérivabilité de la bijection réciproque f^{-1} en le point $x \in J$ dans le cas où $f : I \rightarrow J$ est une bijection dérivable en le point $f^{-1}(x)$. f^{-1} est dérivable en x si et seulement si $f'(f^{-1}(x)) \neq 0$. Si c'est le cas, on a alors :**

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$

Représenter une fonction bijective et sa réciproque pour illustrer tout ceci à l'aide de la symétrie par rapport à la droite $y = x$ en précisant le lien entre dérivée en a et tangente en le point de la courbe d'abscisse a , ainsi que ce qui relie le coefficient directeur d'une droite donnée avec celui de sa symétrique par rapport à $y = x$

— Fonctions associées

- Pour $a \in \mathbb{R}$, savoir comment déduire du graphe \mathcal{C}_f de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, celui \mathcal{C}_g de :

$$g : x \mapsto f(x + a)$$

- Pour $b \in \mathbb{R}$, savoir comment déduire du graphe \mathcal{C}_f de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, celui \mathcal{C}_g de :

$$g : x \mapsto f(x) + b$$

- Problème inverse : expression de la fonction g dont le graphe est obtenu par translation de vecteur (a, b) à partir du graphe de f .

— Fonctions paires, impaires

- Fonctions de courbe présentant un axe vertical ou un centre de symétrie (on se ramène à paire/impair par translation)

— Fonctions périodiques définies sur \mathbb{R} .

2. Fonctions usuelles

(a) Trigonométrie :

- Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus
- Angles associés : $-x$, $\frac{\pi}{2} - x$, $\pi + x$
- Congruences et résolution d'équations du type $\cos x = \cos y$ ou $\sin x = \sin y$.
- Fonction tangente : définition, imparité, π -périodicité, représentation graphique
- Formules $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin(a + b)$, $\sin(a - b)$
- Trois formules pour $\cos(2a)$, une formule pour $\sin(2a)$
- Formules de linéarisation de $\cos(a) \cos(b)$, $\sin(a) \sin(b)$, $\sin(a) \cos(b)$.

(b) Fonctions trigonométriques réciproques

- **Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.**
- Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
- **Définition de la fonction arctan, représentation graphique et étude de la dérivabilité.**

(c) Logarithme et exponentielle

- Logarithme défini comme la primitive de l'inverse sur \mathbb{R}_+^* qui s'annule en 1.
- Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit, de l'inverse, d'un quotient, d'une puissance entière naturelle ou relative.
- Exponentielle.