Programme des colles du 03/11 au 07/11

1. Fonctions usuelles
   (a) Trigonométrie :
   - Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus
   - Angles associés : $-x$, $\frac{\pi}{2}-x$, $\pi+x$
   - Congruences et résolution d'équations du type $\cos x=\cos y$ ou $\sin x=\sin y$.
   - Fonction tangente : définition, imparité, π-périodicité, représentation graphique
   - Formules $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$
   - Trois formules pour $\cos(2a)$, une formule pour $\sin(2a)$
   - Formules de linéarisation de $\cos(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$, $\sin(a)\cos(b)$.

   (b) Fonctions trigonométriques réciproques
   - Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
   - Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
   - Définition de la fonction arctan, représentation graphique et étude de la dérivabilité.

   (c) Logarithme et exponentielle
   - Logarithme défini comme la primitive de l'inverse sur $\mathbb{R}_+^*$ qui s'annule en 1.
   - **Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit, de l'inverse, d'un quotient, d'une puissance entière naturelle ou relative.**
   - Exponentielle.
   - Fonctions du type $f_a : x \mapsto x^a$ définies sur $\mathbb{R}_+^*$:
     - Si $a>0$, fonctions qui se prolongent par continuité en 0 par $f_a(0)=0$, croissantes. Elles sont dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, $f_a'=af_{a-1}$.
     - Si $a<0$, elles sont décroissantes et dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, avec une limite infinie en 0.
   - Règles de calcul avec les puissances. Si les expressions ont un sens, on a pour x, y, a et b réels :
     i. $x^a\times x^b=x^{a+b}$
     ii. $x^a\times y^a=(xy)^a$
     iii. $(x^a)^b=x^{ab}$
     iv. $x^{-a}=\frac{1}{x^a}$
     v. $\ln(x^a)=a\ln(x)$

2. Complexes
   - Définition, addition et multiplication.
   - Conjugaison et propriétés, interprétation géométrique.
   - Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
   - **Inégalité triangulaire : savoir prouver que pour tous** $z,w\in\mathbb{C}$, $|z+w|\leq|z|+|w|$.
     Le cas d'égalité est aussi à connaître, mais pas sa preuve
   - Pour $z,w\in\mathbb{C}$, $\big||z|-|w|\big|\leq|z+w|$.
   - Généralisation à n complexes z_1, $z_2,\cdots$, z_n et cas d'égalité : $\left|\sum_{k=1}^{n} z_k\right|\leq\sum_{k=1}^{n}|z_k|$
   - Applications à la trigonométrie
     - Factorisations : angle moitié pour $1\pm e^{i\theta}$, angle moyen pour $e^{ip}\pm e^{iq}$ et formules pour $\cos p\pm\cos q$, $\sin p\pm\sin q$.
     - Formules d'Euler, linéarisation, triangle de Pascal pour le développement de $(a+b)^n$.
     - Formule de Moivre.
     - **Sommes trigonométriques à savoir calculer pour $x\neq 0[2\pi]$:**

$$C_n=1+\cos x+\cos(2x)+\cdots+\cos(nx),$$

$$S_n=\sin x+\sin(2x)+\cdots+\sin(nx).$$

   - Représentation trigonométrique et argument d'un complexe non nul.
   - Argument d'un produit, d'un quotient.
   - Transformation d'une fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ du type $f:x\mapsto a\cos(x)+b\sin(x)$ en $f:x\mapsto A\cos(x-\phi)$
   - Factorisation par $(z-\alpha)$ d'une expression polynomiale en z qui s'annule pour $z=\alpha$.
   - Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.