
Programme des colles du 24/11 au 28/11

1. Complexes

- Représentation trigonométrique et argument d'un complexe non nul.
- Argument d'un produit, d'un quotient.
- Transformation d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ du type $f : x \mapsto a \cos(x) + b \sin(x)$ en $f : x \mapsto A \cos(x - \phi)$
- Factorisation par $(z - \alpha)$ d'une expression polynomiale en z qui s'annule pour $z = \alpha$.
- Racines carrées d'un complexe non nul : sous forme polaire, sous forme algébrique.
- Equation du second degré dans $\mathbb{C}$, somme et produit des racines et cas des coefficients réels.
- Racines n -ièmes de l'unité :

$$\mathbb{U}_n = \left\{ e^{\frac{2ik\pi}{n}} \mid k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \right\}.$$

- Caractérisation des racines n -ièmes de l'unité autres que 1 par :

$$1 + z + \dots + z^{n-1} = 0$$

- Fonction exponentielle de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$, propriété relativement à l'image d'une somme.
- Propriété concernant l'égalité d'exponentielles : $\forall z, w \in \mathbb{C}, e^z = e^w \Leftrightarrow z - w \in 2i\pi\mathbb{Z}$.
- Angles, alignement et orthogonalité en utilisant les affixes complexes.
- Transformations géométriques du plan complexe : translations, homothéties et rotations.
- Primitives de $f(x) = \cos(bx)e^{ax}$ ou $g(x) = \sin(bx)e^{ax}$.

2. Primitives et intégrales

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue à l'aide des primitives.
- Primitives usuelles : puissances, exponentielles, trigonométriques, $\ln(x)$, $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\frac{1}{1+x^2}$
- Propriétés : linéarité, Chasles, croissance.
- Formule d'intégration par parties pour u et v de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a, b]$:

$$\int_a^b uv' = [uv]_a^b - \int_a^b u'v.$$

Savoir trouver la relation de récurrence qui lie W_n à W_{n+2} pour les intégrales de Wallis

$$W_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n(t) \, dt$$

- Formule de changement de variable pour $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue et $\phi : [a, b] \rightarrow I$ de classe $\mathcal{C}^1$:

$$\int_a^b f(\phi(t))\phi'(t) \, dt = \int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) \, dx.$$

Savoir faire intégralement l'exemple du cours :

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$$

- Primitives de $\frac{1}{P}$ où P est une fonction polynômiale réelle du second degré.

3. Equations différentielles**— Ordre 1**

- **Résolution de l'équation homogène d'ordre 1, $y' + a(x)y = 0$, où $a : I \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue sur l'intervalle I : connaître précisément la propriété qui décrit l'ensemble des solutions à l'aide d'une primitive A de a et savoir la prouver.**
- Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
- Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.
- Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
- **Ordre 2 : équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(x)$**
- Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.