

## Programme des colles du 08/12 au 12/12

### 1. Primitives et intégrales

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue à l'aide des primitives.
- Primitives usuelles : puissances, exponentielles, trigonométriques,  $\ln(x)$ ,  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ,  $\frac{1}{1+x^2}$
- Primitives de  $f(x) = \cos(bx)e^{ax}$  ou  $g(x) = \sin(bx)e^{ax}$
- Propriétés : linéarité, Chasles, croissance.
- Formule d'intégration par parties pour  $u$  et  $v$  de classe  $C^1$  sur  $[a, b]$  :  $\int_a^b uv' = [uv]_a^b - \int_a^b u'v$ .
- Formule de changement de variable pour  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  continue et  $\phi : [a, b] \rightarrow I$  de classe  $C^1$  :

$$\int_a^b f(\phi(t))\phi'(t) dt = \int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) dx.$$

- Primitives de  $\frac{1}{P}$  où  $P$  est une fonction polynomiale réelle du second degré.

### 2. Equations différentielles

#### — Ordre 1

- Résolution de l'équation homogène d'ordre 1,  $y' + a(x)y = 0$ , où  $a : I \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction continue sur l'intervalle  $I$ .
- Solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière.
- Méthode de variation de la constante pour déterminer une solution par intégration.
- Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
- Ordre 2 : équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants  $y'' + ay' + by = f(x)$
- Description des solutions de l'équation homogène : cas complexe, cas réel.
- Description des solutions de l'équation avec second membre à l'aide d'une solution particulière de l'équation.
- Solution particulière dans le cas d'un second membre exponentiel ou trigonométrique.

### 3. Logique et raisonnement

- Définition d'une proposition logique : énoncé qui est soit vrai, soit faux.
- Connecteurs logiques : et, ou,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ .
- Quantificateurs et prédictats.
- Négation d'assertions avec des quantificateurs, "et", "ou",  $\Rightarrow$ .
- **Raisonnement par contraposée** : pour  $n \in \mathbb{Z}$ , on a  $n^2$  pair  $\Rightarrow$   $n$  pair puis par l'absurde :  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .
- Récurrences.
- **Raisonnement par analyse-synthèse** : toute fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s'écrit d'une seule manière comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
- Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles.
- Union, intersection, différence et complémentaire
- Fonctions injectives, surjectives, bijectives.
- **Une composée d'injections est injective, une composée de surjections est surjective.**
- Composée de bijections et réciproque d'une composée.