
Programme des colles du 05/01 au 09/01

1. Logique et raisonnement
 - Connecteurs logiques : et, ou, \Rightarrow , \Leftrightarrow .
 - Quantificateurs et prédictats.
 - Négation d'assertions avec des quantificateurs, "et", "ou", \Rightarrow .
 - Raisonnement par contraposée : pour $n \in \mathbb{Z}$, on a n^2 pair $\Rightarrow n$ pair puis par l'absurde : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
 - Récurrences.
 - Raisonnement par analyse-synthèse.
 - Ensembles, inclusion et égalité d'ensembles.
 - Union, intersection, différence et complémentaire
 - Fonctions injectives, surjectives, bijectives.
 - Composée de bijections et réciproque d'une composée.
2. Sommes et produits avec notations Σ et Π
 - Symbole $\sum_{k=m}^n a_k$ où m et n sont deux entiers relatifs tels que $m \leq n$, convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme : $n - m + 1$.
 - Linéarité de la somme.
 - Sommes télescopiques.
 - Sommes géométriques pour $q \neq 1$:
$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$
 - Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
3. Suites
 - Sommes doubles $\sum_{1 \leq i, j \leq n} a_{i,j}$, $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$ ou $\sum_{1 \leq i < j \leq n} a_{i,j}$ à savoir écrire comme deux sommes imbriquées et calculer sur des exemples.
 - Changement d'indice dans une somme : $j = \alpha + k$ ou $j = \alpha - k$ ($\alpha \in \mathbb{Z}$).
 - Coefficients binomiaux, formules :
 - (i) $(n+1)! = (n+1)n!$
 - (ii) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
 - (iii) $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$
 - (iv) $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$
 - NB : ces formules sont valables pour toutes valeurs entière relative de k et entière naturelle de n avec la convention que $\binom{n}{k} = 0$ lorsque l'inégalité $0 \leq k \leq n$ n'est pas respectée.
 - Formule du binôme de Newton.
4. Suites
5. Suites