Programme des colles du 12/01 au 16/01

1. Sommes et produits avec notations Σ et Π
   - Symbole $\sum_{k=m}^{n} a_k$ où m et n sont deux entiers relatifs tels que $m \leq n$, convention que la somme est nulle sinon, nombre de termes d'une telle somme : $n - m + 1$.
   - Linéarité de la somme.
   - Sommes télescopiques.
   - Sommes géométriques pour $q \neq 1$:
   $$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$
   - Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
   - Sommes doubles $\sum_{1 \leq i,j \leq n} a_{i,j}$, $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$ ou $\sum_{1 \leq i < j \leq n} a_{i,j}$
   - Changement d'indice dans une somme : $j = \alpha + k$ ou $j = \alpha - k$ ($\alpha \in \mathbb{Z}$).
   - Coefficients binomiaux, formules :
   $$(i)\ (n+1)! = (n+1)n!$$
   $$(ii)\ \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$
   $$(iii)\ \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$
   $$(iv)\ k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$$
   NB : ces formules sont valables pour toutes valeurs entière relative de k et entière naturelle de n avec la convention que $\binom{n}{k} = 0$ lorsque l'inégalité $0 \leq k \leq n$ n'est pas respectée.
   - Formule du binôme de Newton.
2. Suites
   - Calcul du terme général : suite arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique et reécurrente linéaire d'ordre 2.
   - **Limites finies de suites : connaître les deux définitions possibles et la preuve de l'unicité.**
   - Toute suite convergente est bornée.
   - Limites $+\infty$ et $-\infty$.
   - **Limite d'une combinaison linéaire de deux suites convergentes.**
   - Limite du produit de suites convergentes.
   - Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.
   - Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.
   - Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.
   - Théorème de convergence par encadrement.
   - Théorème de la limite monotone.
   - Suites extraites d'une suite.
   - Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
   - Si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont la même limite, la suite (u_n) a aussi cette limite.
   - Suites à valeurs complexes.
   - Suites $u_{n+1} = f(u_n)$: toujours représenter la fonction f pour étudier.
3. Limites de fonctions.
   - Voisinage d'un point $l \in \mathbb{R}$ ($[l - \epsilon, l + \epsilon]$ où $\epsilon > 0$), de $+\infty$ ($[m, +\infty[$ où $m \in \mathbb{R}$), de $-\infty$ ($]-\infty, m]$ où $m \in \mathbb{R}$)
   - **Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.**
   - Unicité de la limite.
   - Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
   - Composition fonction-suite.
   - Caractérisation séquentielle de la limite.